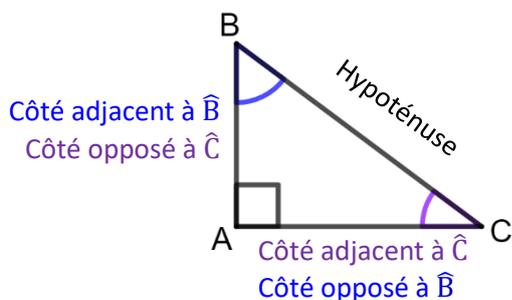


# Triangles rectangles : TRIGONOMETRIE

## Définitions



## Préliminaire

Dans un triangle rectangle, les rapports suivants ne dépendent que de la mesure de l'angle et non de celles des côtés :

- Côté adjacent à l'angle aigu sur l'hypoténuse
- Côté opposé à l'angle aigu sur l'hypoténuse
- Côté opposé sur côté adjacent du même angle aigu.

On les appelle respectivement cosinus, sinus et tangente de l'angle aigu.

## Démonstration

Comme  $(A'C')$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires à  $(AB)$  alors  $(AC) \parallel (A'C')$ .

Comme  $(AC) \parallel (A'C')$  et comme  $B, A', A$  et  $B, C', C$  sont alignés, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BA'}{BA} = \frac{BC'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

$$BA' \times BC = BC' \times BA$$

$$\div BC' \quad \div BC \quad \div BC' \quad \div BC$$

$$\text{donc } \frac{BA'}{BC'} = \frac{BA}{BC} = \text{cosinus de l'angle } \hat{B}$$

$$BC' \times AC = BC \times A'C'$$

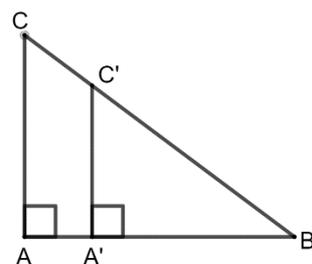
$$\div BC' \quad \div BC \quad \div BC \quad \div BC'$$

$$\text{donc } \frac{AC}{BC} = \frac{A'C'}{BC'} = \text{sinus de l'angle } \hat{B}$$

$$BA' \times AC = BA \times A'C'$$

$$\div BA' \quad \div BA \quad \div BA \quad \div BA'$$

$$\text{donc } \frac{AC}{BA} = \frac{A'C'}{BA'} = \text{tangente de l'angle } \hat{B}$$



## Propriété

Dans un triangle rectangle :

- Le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.
- Le **sinus** d'un angle aigu est le quotient du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse.
- La **tangente** d'un angle aigu est le quotient du côté opposé à cet angle par son côté adjacent.

**!** Comment se rappeler des formules ?

Méthode 1 : ♥ **SOH CAH TOA** Sin = Opposé / Hypoténuse Cos = Adjacent / Hypoténuse Tan = Opposé / Adjacent

Méthode 2 : ♥ **CAH SOH TOA** Cos = Adjacent / Hypoténuse Sin = Opposé / Hypoténuse Tan = Opposé / Adjacent

Méthode 3 :

♥ **COS ADJ HYP**

COSinus = ADJacent / HYPoténuse

♥ **SIN OPP HYP**

SINus = OPPosé / HYPoténuse

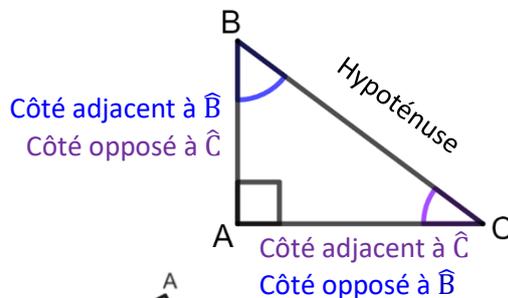
♥ **TANG OPPADJ**

TANGente = OPPosé / ADJacent

## Formules

$$\cos(\hat{B}) = \frac{AB}{BC} \quad \sin(\hat{B}) = \frac{AC}{BC} \quad \tan(\hat{B}) = \frac{AC}{AB}$$

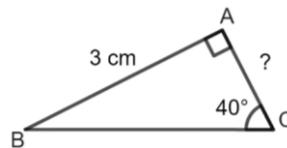
$$\cos(\hat{C}) = \frac{AC}{BC} \quad \sin(\hat{C}) = \frac{AB}{BC} \quad \tan(\hat{C}) = \frac{AB}{AC}$$



### Exemple de recherche d'un côté

#### Enoncé

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que  $AB = 3 \text{ cm}$  et  $\widehat{ACB} = 40^\circ$ .  
Calcule AC ; donne une valeur approchée au centième près.



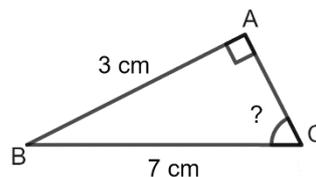
#### Réponse

Dans ABC rectangle en A	On cite le triangle rectangle
On connaît : • $\hat{C}$ • AB : opposé	On identifie l'angle connu, le côté connu et le côté cherché.
On cherche : • AC : adjacent	
La formule doit contenir opposé et adjacent ; on va utiliser la tangente	On cherche la formule qui comprend ces informations.
$\tan(\hat{C}) = \frac{AB}{AC}$	On écrit la formule avec les « lettres » en veillant bien à placer les numérateurs et dénominateurs au « bon » endroit.
$\tan(40^\circ) = \frac{3}{AC}$	On remplace les valeurs connues
$\frac{\tan(40^\circ)}{1} = \frac{3}{AC}$	On transforme l'écriture pour obtenir deux fractions égales
$AC = \frac{3 \times 1}{\tan(40^\circ)} \approx 3,58 \text{ cm}$	On effectue les produits en croix On donne une valeur approchée On n'oublie pas l'unité

### Exemple de recherche d'un angle

#### Enoncé

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que  $AB = 3 \text{ cm}$  et  $BC = 7 \text{ cm}$ .  
Calcule  $\hat{C}$  ; donne une valeur approchée au degré près.



#### Réponse

Dans ABC rectangle en A	On cherche : • $\hat{C}$
$\sin(\hat{C}) = \frac{AB}{BC}$	On connaît : • BC : hypoténuse • AB : opposé
$\sin(\hat{C}) = \frac{3}{7}$	La formule doit contenir opposé et hypoténuse ; on va utiliser le sinus
$\hat{C} = \arcsin\left(\frac{3}{7}\right) \approx 25^\circ$	

### Utilisation de la calculatrice

CASIO FX92	
Pour calculer $\frac{3 \times 1}{\tan(40^\circ)}$ , je tape	Pour calculer $\arcsin\left(\frac{3}{7}\right)$ , je tape




<https://www.lesmathsdherve.net/trigonometrie-parcours-differencies/>




<https://www.lesmathsdherve.net/trigonometrie-videos/>




<https://www.lesmathsdherve.net/trigonometrie-aide/>