

# Théorème de THALES

## Rappel

Pour passer du nombre a au nombre b, on multiplie par  $\frac{b}{a}$ .

$$a \xrightarrow{\times \frac{b}{a}} b \quad \text{départ} \xrightarrow{\times \frac{\text{arrivée}}{\text{départ}}} \text{arrivée}$$

## Exemples

$$5 \xrightarrow{\times 3} 15 \quad 5 \xrightarrow{\times 13} 65 \quad 5 \xrightarrow{\begin{matrix} \times \frac{645}{5} \\ \text{ou} \\ \times 129 \end{matrix}} 645 \quad 5 \xrightarrow{\times \frac{7}{5}} 7 \quad 7 \xrightarrow{\times \frac{3}{7}} 3$$

**Comment** identifier que deux triangles sont homothétiques l'un de l'autre ?

Soit ABC un triangle.

Si  $D \in (AB)$  et  $E \in (AC)$  et  $(BC) \parallel (DE)$  alors ADE et ABC sont homothétiques l'un par rapport à l'autre.

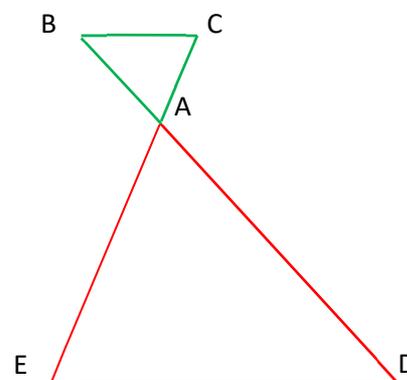
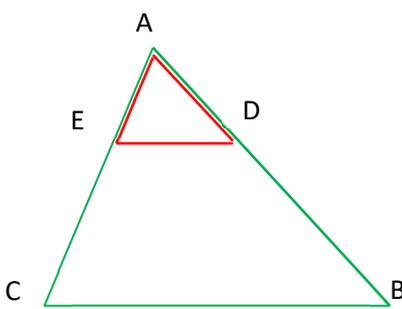
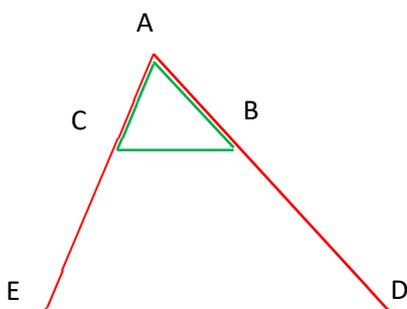
## Théorème de Thalès

Soit ABC un triangle.

Si  $D \in (AB)$  et  $E \in (AC)$  tels que  $(BC) \parallel (DE)$  alors

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



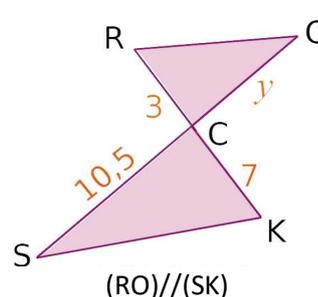
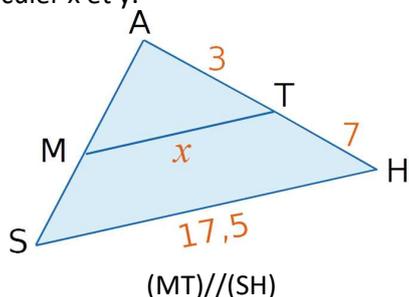
## "Démonstration"

Les trois quotients intervenant dans le théorème sont les coefficients d'agrandissement/réduction permettant de passer de ABC à ADE.

## Exemples

Sur les figures ci-dessous, les distances sont en centimètres.

Calculer x et y.



Comme A, T, H et A, M, S sont alignés et comme  $(MT) \parallel (HS)$ , d'après le théorème de Thalès

$$\frac{AT}{AH} = \frac{AM}{AS} = \frac{MT}{SH}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{AM}{AS} = \frac{x}{17,5}$$

$$x = \frac{3 \times 17,5}{10} = 5,25 \text{ cm}$$

Comme R, C, K et O, C, S sont alignés et comme  $(RO) \parallel (KS)$ , d'après le théorème de Thalès

$$\frac{CR}{CK} = \frac{CO}{CS} = \frac{RO}{SK}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{y}{10,5} = \frac{RO}{SK}$$

$$y = \frac{3 \times 10,5}{7} = 4,5 \text{ cm}$$

**Propriété réciproque de Thalès** - admise

Si A, B, D et A, C, E sont alignés dans cet ordre et si

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AE}{AD}$$

alors **(BC) // (DE)**

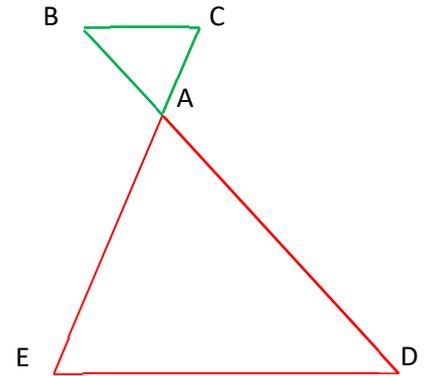
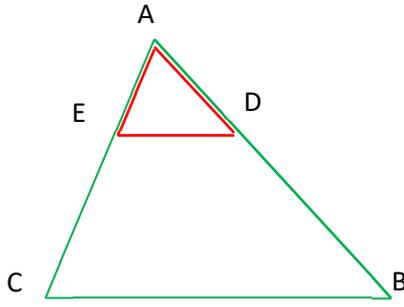
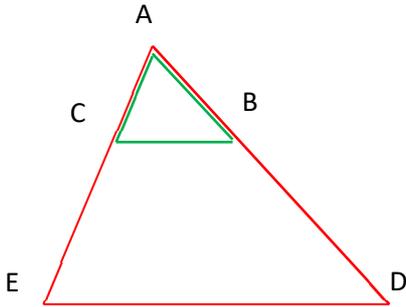
**Propriété contraposée de Thalès** - admise

Si A, B, D et A, C, E sont alignés dans cet ordre et si

$$\frac{AB}{AD} \neq \frac{AC}{AE}$$

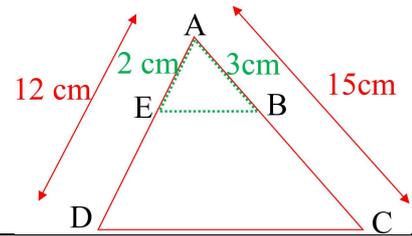
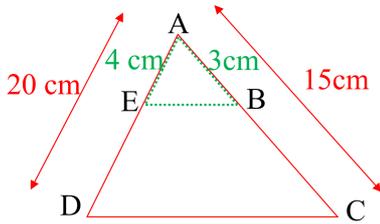
$$\frac{AD}{AE} \neq \frac{AE}{AD}$$

alors **(BC) et (DE) ne sont pas parallèles**



**Exemples**

On cherche à savoir si les droites (BE) et (CD) sont parallèles.



Si les droites (BE) et (CD) étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait  $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$ . On calcule séparément ces deux rapports

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

donc  $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$  et comme A, B, C et A, E, D sont alignés dans le même ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors (BE) // (CD).

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

donc  $\frac{AB}{AC} \neq \frac{AE}{AD}$  et comme A, B, C et A, E, D sont alignés dans le même ordre, d'après la contraposée de Thalès alors (BE) et (CD) ne sont pas parallèles.

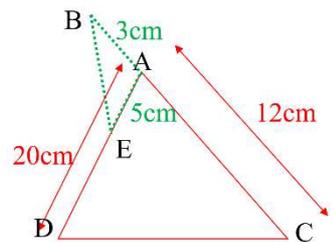
**Remarque**

La condition d'alignement dans le même ordre est indispensable.

On a :  $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

On a aussi :  $\frac{AE}{AD} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

Donc  $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$  et pourtant les droites (BE) et (CD) ne sont pas parallèles.



Soit B devrait appartenir à [AC], soit E devrait appartenir à [DA] sans appartenir à [DA].

PARCOURS DIFFÉRENCIÉS



<https://www.lesmathsdherve.net/thales-parcours/>



<https://www.lesmathsdherve.net/thales-videos-2/>



<https://www.lesmathsdherve.net/thales-aides/v>