

# LES NOMBRES RELATIFS

Les nombres négatifs sont apparus après le 0. Ce n'est qu'en 456, dans un traité de cosmologie en sanscrit qu'on trouve pour la première fois un mot qui représente le zéro. Au VII<sup>ème</sup> siècle, le mathématicien indien Brahmagupta énoncé des règles pour opérer sur trois sortes de nombres : « biens », « dettes » et « zéro ». Les hommes furent longtemps réticents à accepter les nombres négatifs. Les mathématiciens ne commencent à travailler avec qu'au XV<sup>ème</sup> siècle, et ils les appellent *numeri absurdi* ("les nombres absurdes"), en leur refusant le statut de solution d'une équation. Au XVII<sup>ème</sup> siècle, René DESCARTES, qualifiait encore de "fausses" ou "moindres que rien" les solutions négatives d'une équation. A cette même époque, John WALLIS osa attribuer des coordonnées négatives aux points d'une courbe. A la fin du 18<sup>ème</sup> siècle, on peut lire ceci dans un livre de Lazare CARNOT : « Avancer qu'une quantité négative isolée est moindre que zéro, c'est couvrir la science des mathématiques, qui doit être celle de l'évidence, d'un nuage impénétrable et s'engager dans un labyrinthe de paradoxes tous plus bizarres les uns que les autres ».

## Définitions

Un *nombre relatif* est un nombre précédé d'un signe.

Si ce signe est "+", le nombre est dit *positif*.

Si ce signe est "-", le nombre est dit *négatif*.

La *distance à zéro* d'un nombre relatif est la distance séparant ce nombre de 0.

## Astuce

La distance à zéro d'un nombre est le nombre privé de son signe.

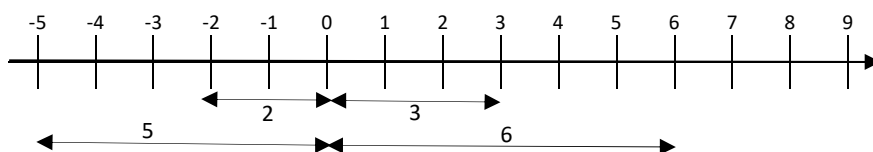
## Exemples

La distance à zéro de -5 est 5.

La distance à zéro de -2 est 2.

La distance à zéro de +3 est 3.

La distance à zéro de +6 est 6.

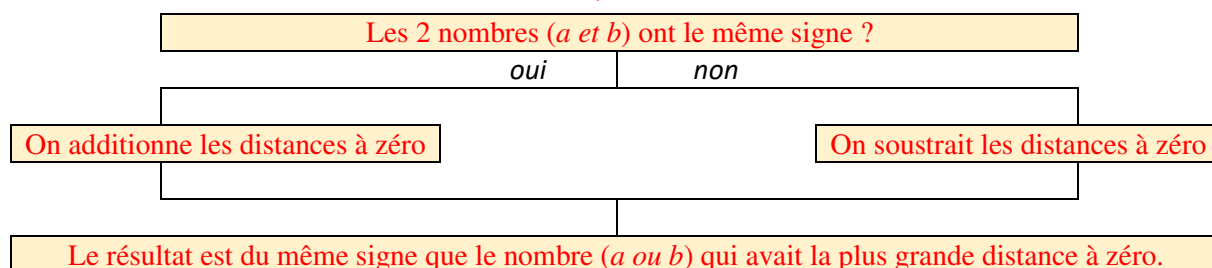


## Convention

Les mathématiciens ont décidé de ne pas mettre de signe devant les nombres positifs.

## Propriété admise

Pour additionner deux nombres relatifs ( $a + b$ ), on procède comme suit :



## Exemples

$$5 + 3 = 8$$

5 et 3 ont le même signe, donc on additionne leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de 5 donc il est positif.

$$(-5) + (-3) = -8$$

-5 et -3 ont le même signe, donc on additionne leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de -5 donc il est négatif.

$$5 + (-3) = 2$$

5 et -3 n'ont pas le même signe, donc on soustrait leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de 5 donc il est positif.

$$(-5) + 3 = -2$$

-5 et 3 n'ont pas le même signe, donc on soustrait leurs distances à zéro. Le résultat est du signe de -5 donc il est négatif.

## Définition

L'*opposé* d'un nombre  $a$  est le nombre noté  $-a$  tel que  $a + (-a) = 0$ .

## Astuce

Pour prendre l'opposé d'un nombre, il suffit de changer son signe.

## Exemples

L'opposé de 2 est noté -2 et vaut -2

L'opposé de -2 est noté -(-2) et vaut 2 donc  $-(-2) = +2$ .

## Définition

Soustraire, c'est additionner l'opposé.

### Exemples

Soustraire 2 c'est additionner -2.

Soustraire 5 c'est additionner -5.

Soustraire -4 c'est additionner 4.

Soustraire -7 c'est additionner 7.

### Astuce

$$-2 = +(-2)$$

$$-5 = +(-5)$$

$$-(-4) = +4$$

$$-(-7) = +7$$

## Exemples de soustractions

$$5 - 2 = 5 + (-2) = 3$$

$$4 - 5 = 4 + (-5) = -1$$

$$5 - (-4) = 5 + 4 = 9$$

$$6 - (-7) = 6 + 7 = 13$$

### Comment calculer une somme algébrique ?

On supprime les parenthèses, puis on effectue le travail précédent en additionnant les positifs et les négatifs (veiller à bien garder le signe qui se trouve devant un nombre lors du "réarrangement").

#### Exemple

$$(-5) + 3 - 4 + 5 + (-3) - 4 + 7 = -5 + 3 - 4 + 5 - 3 - 4 + 7 = -5 - 4 - 3 - 4 + 3 + 5 + 7 = -16 + 15 = -1$$

#### Propriété règle des signes admise

Le produit de deux nombres de même signe est positif

Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

La règle des signes s'applique aussi pour les divisions.

×	+	-
+	+	-
-	-	+

#### Comment multiplier deux nombres relatifs ?

1. On multiplie leurs distances à zéro.
2. On détermine le signe en utilisant la règle des signes.

#### Exemples de produits ou quotients

$$5 \times 2 = +10$$

Les 2 nombres ont le même signe, le résultat est positif.

$$10 \div 2 = +5$$

$$5 \times (-2) = -10$$

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le résultat est négatif.

$$10 \div (-2) = -5$$

$$(-5) \times 2 = -10$$

Les 2 nombres n'ont pas le même signe, le résultat est négatif.

$$(-10) \div 2 = -5$$

$$(-5) \times (-2) = +10$$

Les 2 nombres ont le même signe, le résultat est positif.

$$(-10) \div (-2) = +5$$

#### Propriété admise

Pour déterminer le signe d'une expression numérique dans laquelle n'interviennent que des multiplications et des divisions, il suffit de compter le nombre de facteurs négatifs.

Si ce nombre de facteurs négatifs est pair (0, 2, 4, 6, 8 ...), le produit est positif.

Si ce nombre de facteurs négatifs est impair (1, 3, 5, 7, 9...), le produit est négatif.

#### Exemples

$2 \times 5 \times (-4) \times 3 \times (-4) \times (-4) \times 5$  est négatif car il y a un nombre impair (3) de facteurs négatifs.

$2 \times (-5) \times (-4) \times 3 \times (-4) \times (-4) \times 5$  est positif car il y a un nombre pair (4) de facteurs négatifs.

#### Remarque

Peu importe le nombre de facteurs positifs ou s'il y a plus de facteurs positifs que négatifs ; seul compte le nombre de facteurs négatifs.



ATTENTION, la propriété précédente ne "marche" que s'il y a des multiplications et des divisions. Il ne faut surtout pas l'utiliser lorsqu'il y a des additions ou des soustractions.

#### Propriété priorités opératoires admise

Pour calculer une expression numérique, on procède selon l'ordre suivant :







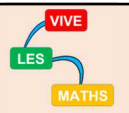
1. On calcule l'intérieur des parenthèses. Si des parenthèses sont imbriquées (l'une dans l'autre), on commence par celles qui sont le plus à l'intérieur.
2. On effectue les multiplications et divisions (de gauche à droite).
3. On termine toujours par les additions et soustractions (de gauche à droite).

#### Exemple

$$10 + 5 \times (3 - (3 + 5 \times 7)) = 10 + 5 \times (3 - (3 + 35)) = 10 + 5 \times (3 - (38)) = 10 + 5 \times (-35) = 10 + (-175) = -165$$

#### Astuce

Dans le cas de parenthèses imbriquées, il peut être utile de mettre en couleur les paires de parenthèses pour repérer les calculs à effectuer.

 	 	 	 
<a href="https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-parcours-differencies/">https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-parcours-differencies/</a>	<a href="https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-videos-2/">https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-videos-2/</a>	<a href="https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-aides-2/">https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-aides-2/</a>	<a href="https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-carte-mentale/">https://www.lesmathsdherve.net/rel/atifs-carte-mentale/</a>