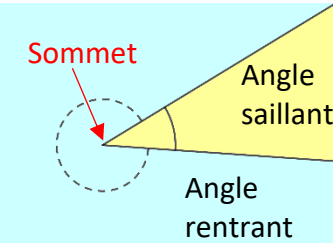
ANGLES et "rappels" sur les droites du triangle



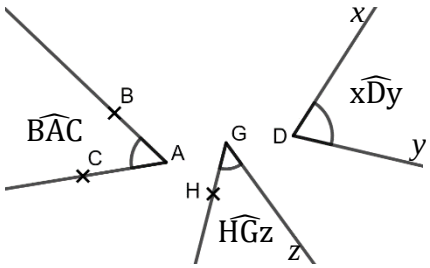
Définition

Un angle est une portion de droite délimité par deux demi-droites de même origine.

Le point d'intersection des demi-droites est appelé le sommet de l'angle.

On définit, alors, même deux angles : un angle rentrant et un angle saillant.

Notation

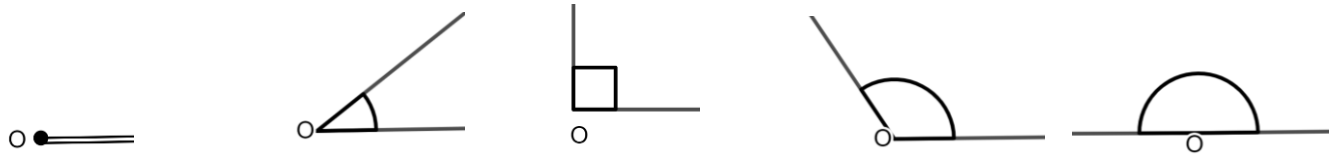


Pour nommer un angle, on prend une lettre sur chacune des demi-droites que l'on écrit de chaque côté de la lettre représentant le sommet de l'angle. On ajoute un chapeau pour signifier que c'est un angle *et non un triangle*.

On peut aussi prendre la lettre en minuscule qui représente la demi-droite.

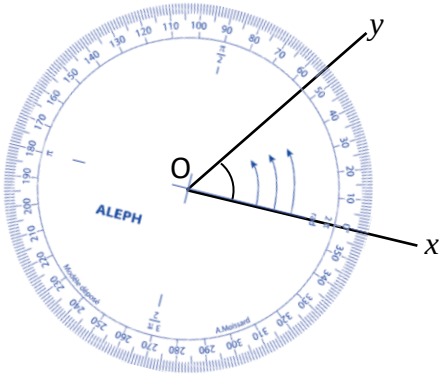
Dans le cas où il n'y a pas plusieurs angles, on peut juste noter le sommet : $\widehat{A}$, $\widehat{G}$ ou $\widehat{D}$.

Définitions



Angle nul — Angle aigu — Angle droit — Angle obtus — Angle plat

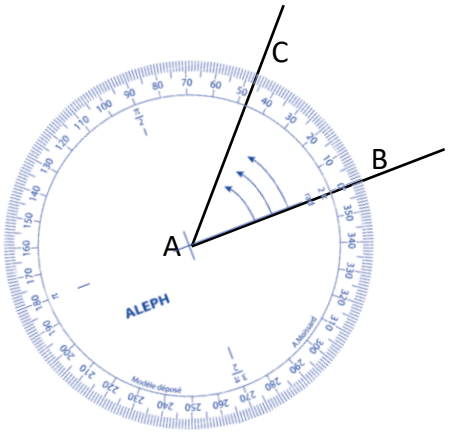
Comment mesurer un angle ?



1. On positionne le centre du rapporteur (*la croix*) sur le sommet de l'angle (*ici le point O*).
2. On tourne le rapporteur de telles sorte que le 0 de la graduation du rapporteur passe sur une des demi-droites formant l'angle, *en veillant à ce que l'angle soit bien du côté des 3 flèches du rapporteur*.
3. On lit sur quelle graduation du rapporteur passe la seconde demi-droites (*ici 55*).
4. On obtient $\widehat{xOy} = 55°$

Comment construire un angle de mesure donnée ?

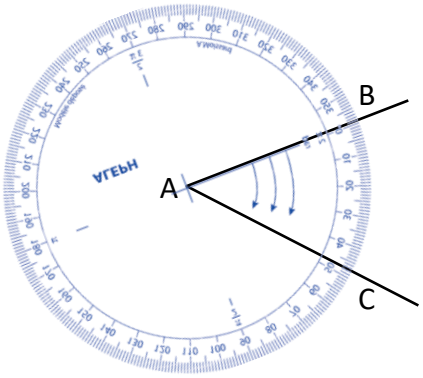
Par exemple, construire l'angle $\widehat{BAC} = 48°$



1. *Le somment de l'angle est A* ; construire la demi-droite [AB)

2. Placer le centre du rapporteur sur A et le 0 de la graduation sur la demi-droite [AB). *On peut placer le rapporteur à l'endroit ou à l'envers selon le « côté » où on veut construire l'angle.*

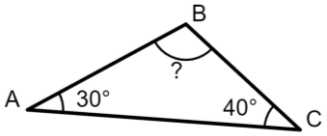
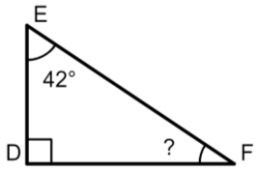
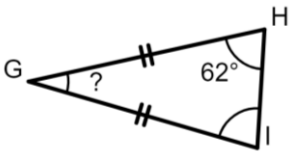
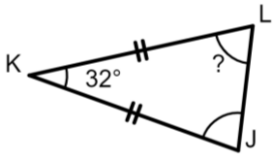
3. Placer le petit C sur la graduation 48 puis tracer la demi-droite [AC)



Propriété admise

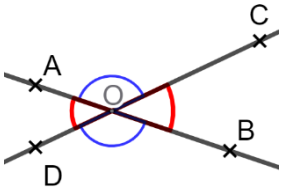
Dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.
Dans un quadrilatère, la somme des mesures des angles vaut 360°.

Exemples d'exercices résolus

			
Dans ABC, on a : $\widehat{B} = 180 - (\widehat{A} + \widehat{C})$ $\widehat{B} = 180 - (30 + 40)$ $\widehat{B} = \mathbf{110°}$	Dans DEF, on a : $\widehat{F} = 180 - (\widehat{D} + \widehat{E})$ $\widehat{F} = 180 - (90 + 42)$ $\widehat{F} = \mathbf{48°}$	Comme GHI est isocèle en G, alors $\widehat{H} = \widehat{I} = 62°$ Dans GHI, on a : $\widehat{G} = 180 - (\widehat{H} + \widehat{I})$ $\widehat{F} = 180 - (62 + 62)$ $\widehat{F} = \mathbf{56°}$	Comme JKL est isocèle en K, alors $\widehat{J} = \widehat{L}$ Dans JKL, on a : $\widehat{J} + \widehat{K} + \widehat{L} = 180$ $\widehat{J} + 32 + \widehat{J} = 180$ -32 -32 $2\widehat{J} = 148$ ÷ 2 ÷ 2 $\widehat{J} = \mathbf{74°}$

Définition

Soient (AB) et (CD) deux droites sécantes en O.
Les angles $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOC}$ sont dits <u>opposés par le sommet</u>.



Propriété admise

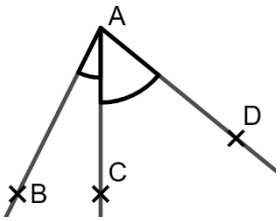
Des angles opposés par le sommet sont égaux.

Exemple

$\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ et $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$

Définition

Deux angles ayant une demi-droite en commun sont dit <u>adjacents</u>.

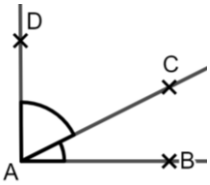


Exemple

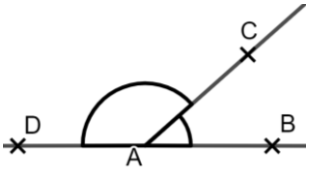
$\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont adjacents et $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD}$

Définitions

Deux angles adjacents dont la somme des mesures vaut 90° sont dits <u>complémentaires</u>

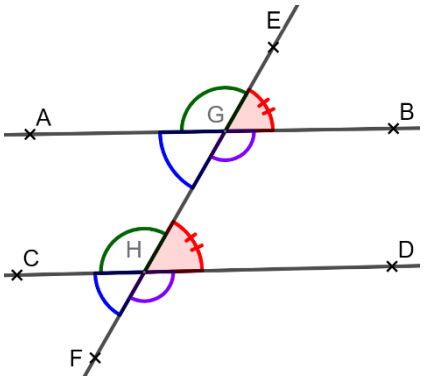


Deux angles adjacents dont la somme des mesures vaut 180° sont dits <u>supplémentaires</u>



Définition

Soient (AB) et (CD) deux droites *; ces deux droites forment une "bande"*.
Soit (EF) une droite sécante à (AB) et (CD).
Les angles $\widehat{EGB}$ et $\widehat{EHD}$ sont dits <u>correspondants</u>



Propriétés admises

Si (AB)//(CD) alors $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$

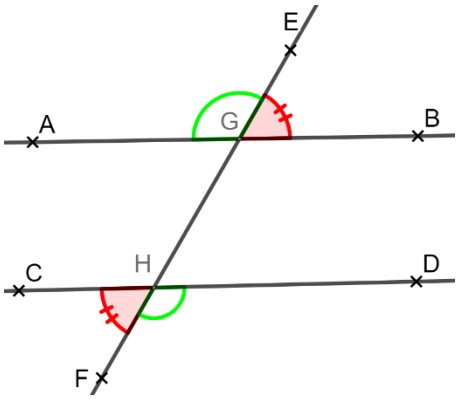
Si $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$ alors (AB)//(CD)

Exemple ci-contre

Si (AB)//(CD) on a : $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$ et $\widehat{EGA} = \widehat{EHA}$ et $\widehat{FHC} = \widehat{FGA}$ et $\widehat{FGB} = \widehat{FHD}$

CC BY NC ND

Définition
Soient (AB) et (CD) deux droites *; ces deux droites forment une "bande".*
Soit (EF) une droite sécante à (AB) et (CD).
Les angles $\widehat{EGB}$ et $\widehat{CHF}$ sont dits alternes externes

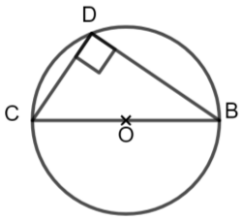


Propriétés admises
Si (AB)//(CD) alors $\widehat{EGB} = \widehat{CHF}$

Si $\widehat{EGB} = \widehat{CHF}$ alors (AB)//(CD)

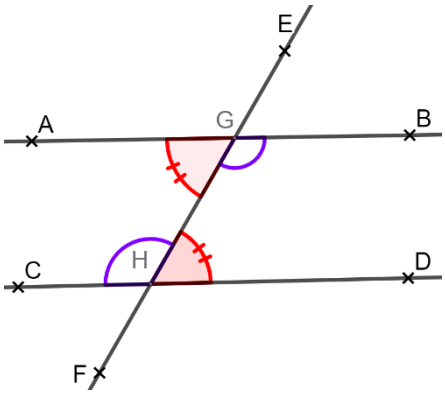
Exemple ci-contre
Si (AB)//(CD) on a : $\widehat{EGB} = \widehat{CHF}$ et $\widehat{EGA} = \widehat{FHD}$

Propriétés admises
Si un triangle a ses 3 sommets sur un cercle et a un côté qui est un diamètre du cercle alors ce triangle est rectangle.



Si un triangle est rectangle alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

Définition
Soient (AB) et (CD) deux droites *; ces deux droites forment une "bande".*
Soit (EF) une droite sécante à (AB) et (CD).
Les angles $\widehat{AGF}$ et $\widehat{EHD}$ sont dits alternes internes

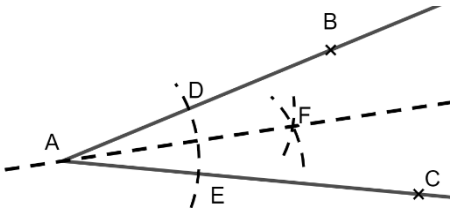


Propriétés admises
Si (AB)//(CD) alors $\widehat{AGB} = \widehat{EHD}$

Si $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$ alors (AB)//(CD)

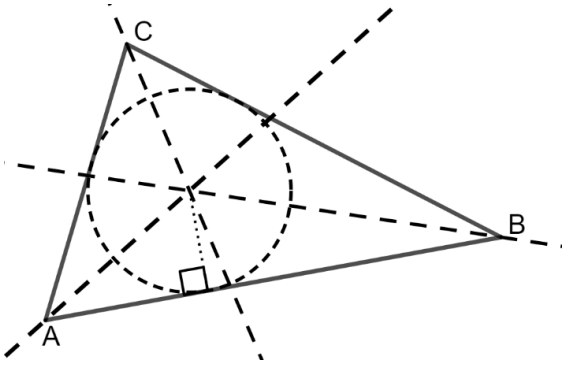
Exemple ci-contre
Si (AB)//(CD) on a : $\widehat{AGB} = \widehat{EHD}$ et $\widehat{FGB} = \widehat{EHC}$

Définition
La bissectrice d'un angle est une droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.



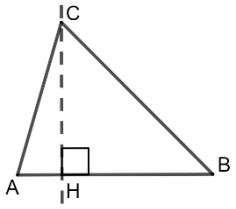
Construction de la bissectrice de $\widehat{BAC}$
Trace un cercle de centre A ; il coupe [AB] et [AC) en D et E.
Trace 2 cercles de centre D et E de même rayon ; ils se coupent en F.
La bissectrice est la droite (AF).

Propriété admise
Les 3 bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes en un point appelé le **centre du cercle inscrit**.
Pour trouver le rayon du cercle inscrit, on trace la droite perpendiculaire qui passe par le centre du cercle inscrit en étant perpendiculaire à un côté.



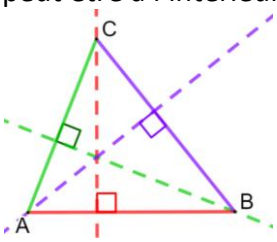
Définition

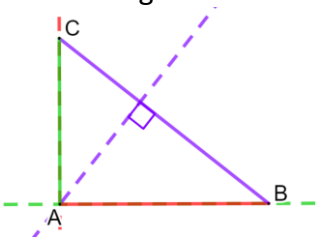
Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et est perpendiculaire au support du côté opposé.
Le point d'intersection de la hauteur avec le support du côté opposé est appelé le pied de la hauteur.

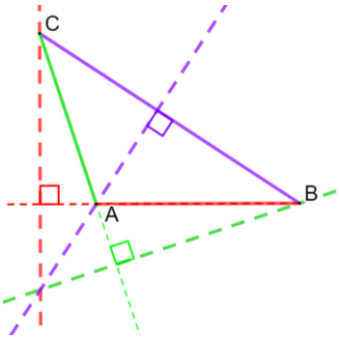


Propriété admise

Les 3 hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre.
Celui-ci peut être à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle



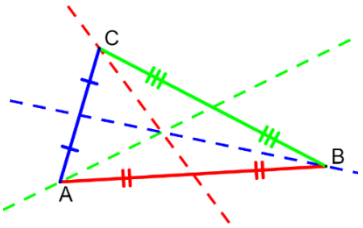




Si le triangle est rectangle, l'orthocentre est sur l'angle doit du triangle rectangle.

Définition

Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé.

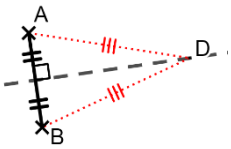


Propriété admise

Les 3 médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité.
Celui-ci est obligatoirement à l'intérieur du triangle.

Définition

La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu du segment et qui est perpendiculaire au support du segment.

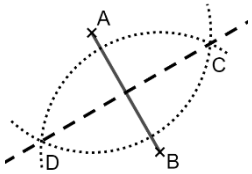


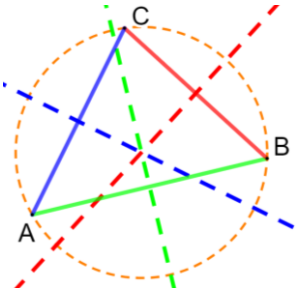
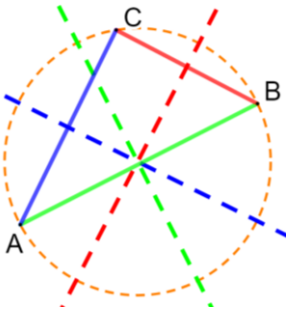
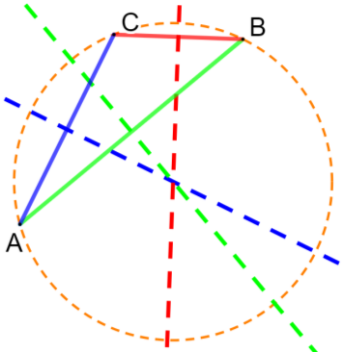
Propriétés d'équidistance - admise

Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités du segment.

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice du segment.

Construction de la médiatrice du segment [AB]
Trace deux cercles de centres A et B **de même rayon** : ces cercles se coupent en C et D.
La médiatrice est la droite (CD)



Propriété admise

Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en en point appelé le centre du cercle circonscrit.
Celui-ci peut être à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle.
Si le triangle est rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.