

..... Conjecture de Syracuse

Une *suite de Syracuse* est une suite d'entiers naturels définie de la manière suivante : on part d'un nombre entier strictement positif; s'il est pair, on le divise par 2; s'il est impair, on le multiplie par 3 et l'on ajoute 1. En répétant l'opération, on obtient une suite d'entiers strictement positifs dont chacun ne dépend que de son prédécesseur.

La *conjecture de Syracuse* est l'hypothèse mathématique selon laquelle la suite de Syracuse de n'importe quel entier strictement positif atteint 1. (On sait pas encore le montrer !)

Par exemple, la suite de Syracuse du nombre 14 est :

14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Origine du problème. Dès 1928, Lothar Collatz s'intéressait aux itérations dans les nombres entiers, qu'il représentait au moyen de graphes et d'hypergraphes. Il présentait souvent cette conjecture dans ses séminaires. En 1952, lors d'une visite à Hambourg, Collatz expliqua son problème à Helmut Hasse. Ce dernier le diffusa en Amérique à l'université de Syracuse : la suite de Collatz prit alors le nom de « suite de Syracuse ». Entre-temps, le mathématicien polonais Stanislas Ulam le répand dans le Laboratoire national de Los Alamos. Dans les années 1960, le problème est repris par le mathématicien Shizuo Kakutani qui le diffuse dans les universités Yale et Chicago.

Cette conjecture mobilisa tant les mathématiciens durant les années 1960, en pleine guerre froide, qu'une plaisanterie courut selon laquelle ce problème faisait partie d'un complot soviétique visant à ralentir la recherche américaine.

Ce problème est aussi appelée *problème de Collatz* ou *problème $3x + 1$* .

1 Suite de Syracuse

Programmer le défi suivant.

À partir d'un nombre donné, le lutin affiche, toutes les deux secondes, le nombre suivant et s'arrête quand ce nombre est égal à 1.

2 Suite de Syracuse... pour aller plus loin

L'observation graphique de la suite pour $n_0 = 50$ et pour $n_0 = 2000$ montre que la suite peut s'élever assez haut avant de retomber. Les graphiques font penser à la chute chaotique qui a donné naissance à un vocabulaire imagé associé à la suite, on parlera du *vol*.

On définit alors :

- la *durée de vol* : c'est le nombre d'étapes pour atteindre la valeur 1 ;
- l'*altitude* maximale du vol : c'est la valeur maximale du vol.

Par exemple, le temps de vol pour le nombre 14 est 17 et l'altitude maximale du vol est 52.

Compléter le programme précédent pour qu'il affiche :

- la liste des valeurs du vol du nombre ;
- la durée du vol du nombre ;
- l'altitude maximale du vol du nombre.