

Synthèse de géométrie

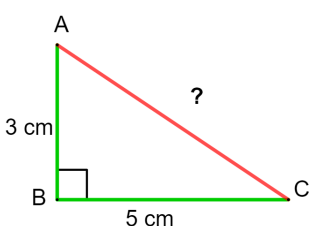
Pythagore, Thalès et trigonométrie

Quelle méthode choisir ?

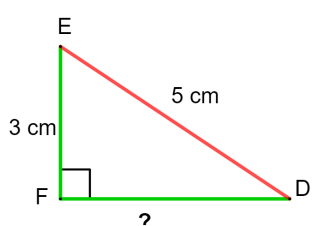
On connaît	On cherche	On utilise	Voir
• Triangle rectangle • 2 côtés	• 1 côté	Théorème de Pythagore	Exemples 1 et 2
• 3 côtés d'un triangle	• Triangle rectangle	Réciproque de Pythagore	Exemple 3
• 3 côtés d'un triangle	• Triangle non rectangle	Contraposé de Pythagore	Exemple 4
• Triangle rectangle • 1 angle aigu • 1 côté	• 1 côté	Trigonométrie	Exemple 5
• Triangle rectangle • 2 côtés	• 1 angle	Trigonométrie	Exemple 6
• 2 droites sécantes • 2 droites parallèles • 3 mesures de longueur	• 1 mesure de longueur	Théorème de Thalès	Exemple 7
• 2 droites sécantes • 4 mesures de longueur	• Droites parallèles	Réciproque de Thalès	Exemple 8
• 2 droites sécantes • 4 mesures de longueur	• Droites non parallèles	Contraposée de Thalès	Exemple 9

Des exemples pour comprendre

Exemple 1

Enoncé	Résolution	Remarques
	<p>Dans ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $AC^2 = 3^2 + 5^2$ $AC^2 = 9 + 25$ $AC^2 = 34$ $AC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm}$	<p>Penser à nommer le triangle rectangle et l'angle droit. Ne pas oublier de citer le théorème. On écrit la formule en isolant toujours l'hypoténuse ; ici c'est AC. Ne pas oublier les carrés. On remplace, dans la formule, par les valeurs connues. Penser à convertir si les mesures ne sont pas toutes dans la même unité. Ne plus mettre le carré quand on donne la longueur. Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité. Mettre le résultat en valeur.</p>

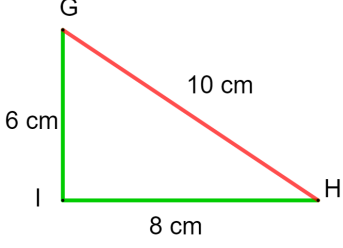
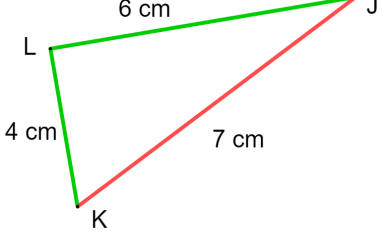
Exemple 2

Enoncé	Résolution	Remarques
	<p>Dans DEF rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore</p> $EF^2 = DF^2 + EF^2$ $5^2 = DF^2 + 3^2$ $25 = DF^2 + 9$ $-9 \quad -9$ $16 = DF^2$ $DF = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$	<p>Penser à nommer le triangle rectangle et l'angle droit. Ne pas oublier de citer le théorème. On écrit la formule en isolant toujours l'hypoténuse ; ici c'est EF. Ne pas oublier les carrés. On remplace, dans la formule, par les valeurs connues. Penser à convertir si les mesures ne sont pas toutes dans la même unité. Ne plus mettre le carré quand on donne la longueur. Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité. Mettre le résultat en valeur.</p>

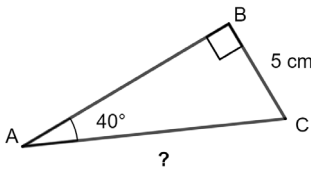
Exemple 3

Remarques

Exemple 4

Enoncé	 <p>GHI est-il rectangle ?</p>	Remarques	 <p>JKL est-il rectangle ?</p>
Résolution	<p>Si GHI était rectangle, l'hypoténuse serait [GH] car c'est le plus grand côté.</p> $GH^2 = 10^2 = 100$ $GI^2 + HI^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ <p>donc $GH^2 = GI^2 + HI^2$ d'après la propriété réciproque de Pythagore alors GHI est rectangle en I.</p>	Remarques	<p>Si JKL était rectangle, l'hypoténuse serait [KL] car c'est le plus grand côté.</p> $KL^2 = 7^2 = 49$ $JK^2 + LJ^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$ <p>donc $KL^2 \neq JK^2 + LJ^2$ d'après la contraposée de Pythagore alors GHI n'est pas rectangle.</p>

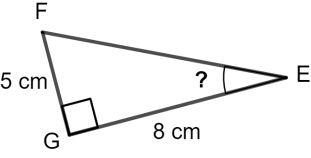
Exemple 5

Enoncé	Résolution	Remarques
	<p>Dans ABC rectangle en B,</p> $\sin(\hat{A}) = \frac{BC}{AC}$ $\sin(40^\circ) = \frac{5}{AC}$ $\frac{\sin(40^\circ)}{1} = \frac{5}{AC}$ $AC = \frac{5 \times 1}{\sin(40)} \approx 7,8 \text{ cm}$	<p>A ne pas oublier.</p> <p>Choisir et appliquer la « bonne » formule de trigonométrie. Voir l'explication entre l'exemple 5 et l'exemple 6 pour ce choix.</p> <p>Remplacer par les valeurs connues.</p> <p>Transformer l'écriture en égalité de 2 fractions.</p> <p>Effectuer les produits en croix.</p> <p>Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité.</p> <p>Mettre en valeur le résultat.</p>

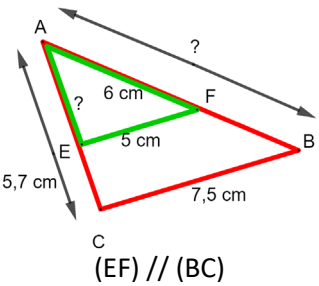
Pour choisir la ligne trigonométrique à utiliser, on note ce que l'on connaît et ce que l'on cherche.

Exemple 5	Exemple 6
<p>On connaît :</p> <ul style="list-style-type: none"> L'angle \hat{A} BC : Opposé <p>On cherche :</p> <ul style="list-style-type: none"> AC : Hypoténuse 	<p>On connaît :</p> <ul style="list-style-type: none"> FG : Opposé EG : Adjacent <p>On cherche :</p> <ul style="list-style-type: none"> L'angle \hat{E}
<p>On cherche la formule qui convient :</p> $\text{Cosinus} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$ <p>Apprendre par cœur : C=A/H S=O/H T=O/A</p>	$\text{Sinus} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$ $\text{Tangente} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$ <p>Ici, on a Opposé et Hypoténuse, on prend le Sinus</p>
<p>Ici, on a Opposé et Adjacent, on prend la Tangente</p>	

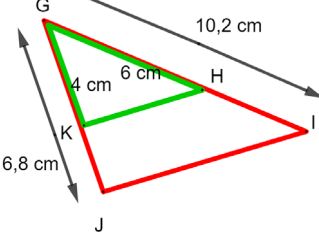
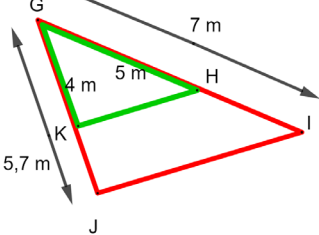
Exemple 6

Enoncé	Résolution	Remarques
	<p>Dans EFG rectangle en G,</p> $\tan(\hat{E}) = \frac{FG}{EG}$ $\tan(\hat{E}) = \frac{5}{8}$ $\hat{E} = \arctan\left(\frac{5}{8}\right) \approx 32^\circ$	<p>A ne pas oublier.</p> <p>Choisir et appliquer la « bonne » formule de trigonométrie. Voir l'explication entre l'exemple 5 et l'exemple 6 pour ce choix.</p> <p>Remplacer par les valeurs connues.</p> <p>Utiliser la fonction arccos, arcsin ou arctan de la calculatrice.</p> <p>Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité.</p> <p>Mettre en valeur le résultat.</p>

Exemple 7

Enoncé	Résolution	Remarques
 <p>(EF) // (BC)</p>	<p>Comme A, F, B et A, E, C sont alignés et comme (EF) // (BC) d'après le théorème de Thalès :</p> $\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{BC}$ $\frac{6}{AB} = \frac{AE}{5,7} = \frac{5}{7,5}$ $AE = \frac{5 \times 5,7}{7,5} \quad AB = \frac{6 \times 7,5}{5}$ <p>AE = 3,8 cm AB = 9 cm</p>	<p>Penser aux 2 conditions : 2 droites parallèles ET 2 séries de points alignés</p> <p>Citer le théorème</p> <p>Ecrire les côtes d'un triangle, puis diviser chaque côté par le côté qui lui "correspond" dans l'autre triangle.</p> <p>Remplacer les longueurs connues par leurs valeurs.</p> <p>Parmi les 3 quotients, en repérer 2 qui ne comportent qu'une inconnue et effectuer les produits en croix.</p> <p>Penser à l'unité et la mise en valeur de la réponse.</p> <p><i>Pour certains exercices, on ne demande qu'une seule longueur.</i></p>

Exemple 8

Enoncé	Remarques	Exemple 9
 <p>(HK) // (IJ) ?</p> <p>Si (HK) // (IJ) et comme les points G,H,I et G,K,J sont alignés le théorème de Thalès donnerait :</p> $\frac{GH}{GI} = \frac{GK}{GJ}$ $\frac{4}{10,2} = \frac{GK}{6,8}$ $\frac{GH}{GI} = \frac{6}{17} \quad \frac{GK}{GJ} = \frac{4}{10}$ <p>donc $\frac{GH}{GI} \neq \frac{GK}{GJ}$</p> <p>et comme G, H, I et G, K, J sont alignés dans le même ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors (HK) // (IJ).</p>	<p>Au brouillon ou dans sa tête, on écrit ce que donnerait le théorème de Thalès si (HK) et (IJ) étaient parallèles.</p> <p>On n'écrit pas les rapports des côtés « parallèles ».</p> <p>On calcule SEPARÉMENT les 2 rapports.</p> <p>On les transforme (avec la calculatrice) en fractions irréductibles.</p> <p>On compare les résultats.</p> <p>On préciser les points alignés dans le « bon » ordre.</p> <p>On conclue.</p>	 <p>(HK) // (IJ) ?</p> <p>Si (HK) // (IJ) et comme les points G,H,I et G,K,J sont alignés le théorème de Thalès donnerait :</p> $\frac{GH}{GI} = \frac{GK}{GJ}$ $\frac{4}{7} = \frac{GK}{5,7}$ $\frac{GH}{GI} = \frac{5}{7} \quad \frac{GK}{GJ} = \frac{40}{57}$ <p>donc $\frac{GH}{GI} \neq \frac{GK}{GJ}$</p> <p>et comme G, H, I et G, K, J sont alignés dans le même ordre, d'après la contraposée de Thalès alors (HK) et (IJ) ne sont pas parallèles.</p>