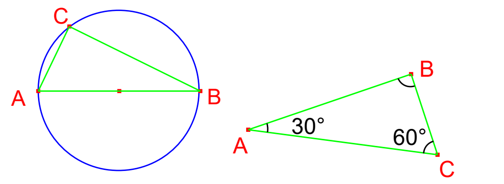
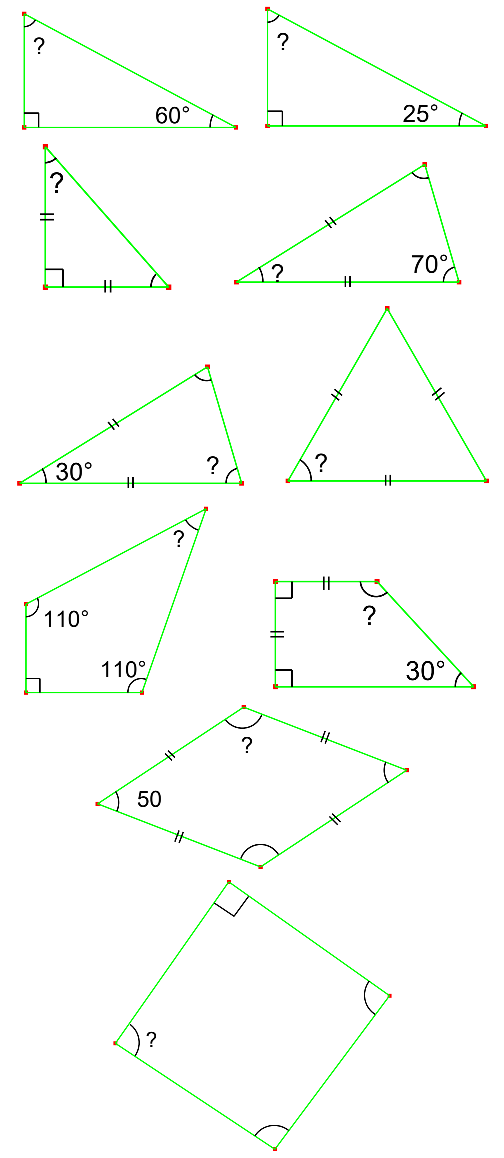
Trigonométrie

Parcours vert

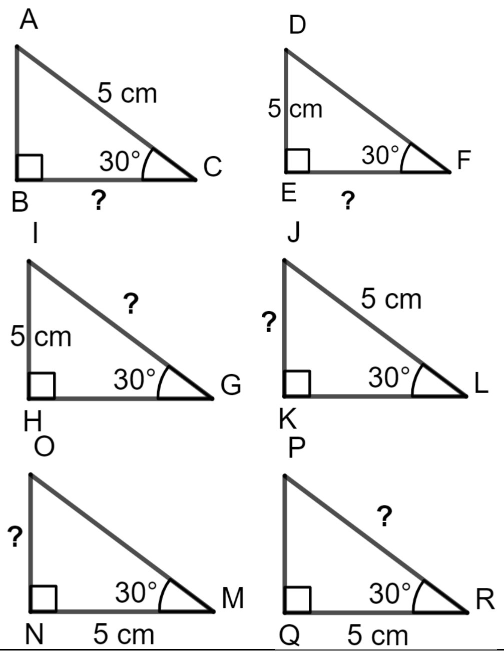
a. Prouve que les triangles suivants sont rectangles :



b. Calcule les angles marqués.

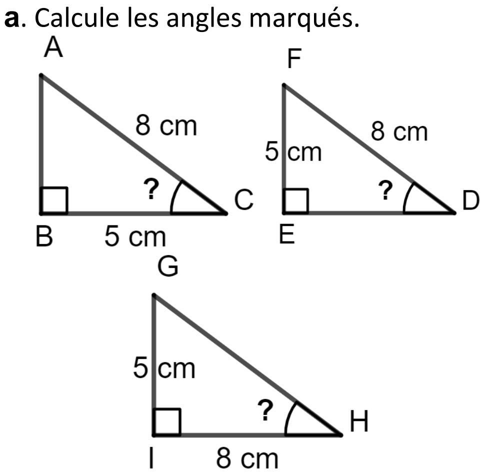


c. Calcule les côtés marqués.

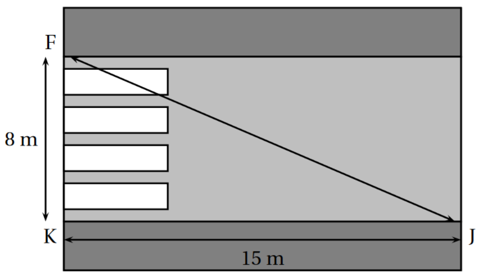


Parcours bleu

a. Calcule les angles marqués.



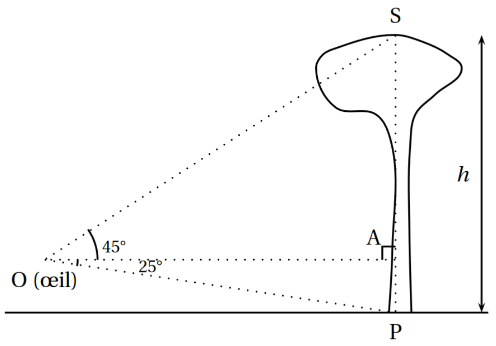
b₁. Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket. Il décide alors de traverser imprudemment la route du point J au point F sans utiliser les passages piétons. Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.



En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres.

Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?

c₁. Des ingénieurs de l'Office National des Forêts font le marquage d'un lot de pins destinés à la vente. Ils estiment la hauteur des arbres de ce lot, en plaçant leur œil au point O.



Ils ont relevé les données suivantes :

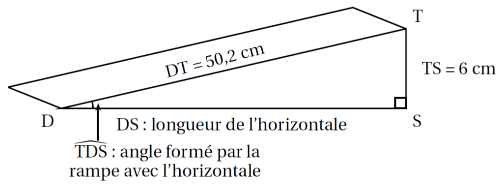
OA = 15m ; $\widehat{SOA}$ = 45° et $\widehat{AOP}$ = 25°

Calculer la hauteur h de l'arbre arrondie au mètre.

Parcours rouge

a₁. Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.

Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.



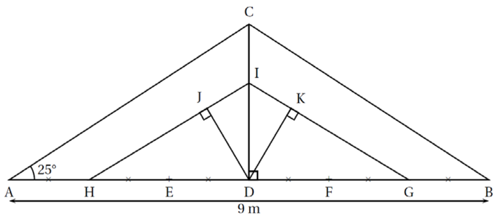
La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à 3° avec l'horizontale sauf dans certains cas.

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :

- jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2m.
- jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Cette rampe est-elle conforme à la norme ?

b₁. Un charpentier doit réaliser pour un de ses clients la charpente dont il a fait un schéma ci-dessous :



Il ne possède pas pour le moment toutes les dimensions nécessaires pour la réaliser mais il sait que :

- la charpente est symétrique par rapport à la poutre [CD],
- les poutres [AC] et [HI] sont parallèles.

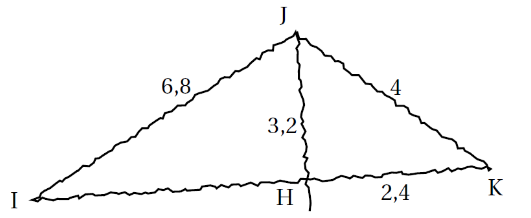
Vérifier les dimensions suivantes, calculées par le charpentier au centimètre près. *Toutes les réponses doivent être justifiées.*

1. Démontrer que hauteur CD de la charpente est égale à 2,10 m.
2. Démontrer, en utilisant la propriété de Pythagore, que la longueur AC est égale à 4,97 m.
3. Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que la longueur DI est égale à 1,40m.
4. Proposer deux méthodes différentes pour montrer que la longueur JD est égale à 1,27 m. *On ne demande pas de les rédiger mais d'expliquer la démarche.*

Parcours noir

a₁. On considère la figure ci-contre dessinée à main levée.

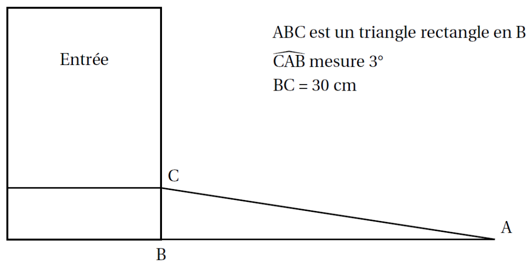
L'unité utilisée est le centimètre.



Les points I, H et K sont alignés.

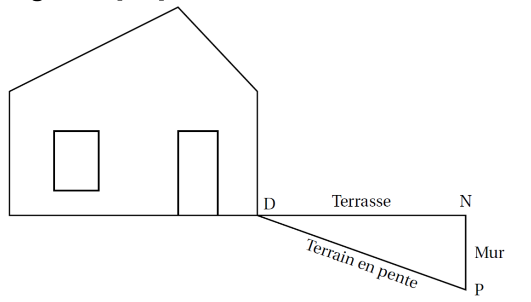
1. Construire la figure ci-dessus en vraie grandeur.
2. Démontrer que les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires.
3. Démontrer que IH = 6 cm.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HJK}$, arrondie au degré.
5. La parallèle à (IJ) passant par K coupe (JH) en L. Compléter la figure.
6. Expliquer pourquoi LK = 0,4× IJ.

b₁. Un vendeur souhaite rendre son magasin plus accessible aux personnes en fauteuil roulant. Pour cela il s'est renseigné sur les normes et a décidé d'installer une rampe avec une pente de 3 degrés comme indiqué sur le schéma suivant.



Calculer la longueur AB, arrondie au centimètre, pour savoir où la rampe doit commencer.

c₄. Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN] elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].

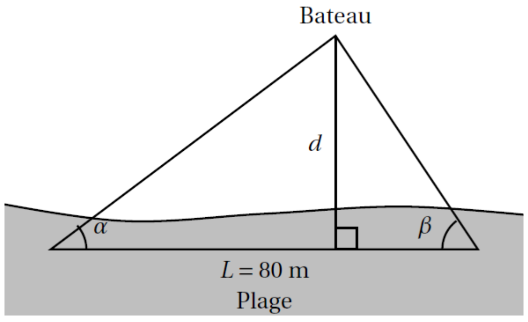


1. Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. *Donner l'arrondi au cm près.*
2. Calculer l'angle $\widehat{NDP}$ compris entre la terrasse et le terrain en pente. (*Donner l'arrondi au degré près*)

1 : DNB 2015 ; **2** : DNB 2002 ; **3** : DNB 2010 ; **4** : DNB 2012 ;

a. Inscrit dans un cercle + diamètre Sommes des angles d'un triangle **b**. Triangles : 30° ; 65° ; 45° ; 40 ° ; 75° ; 60° Quadrilatères : 40° ; 150° ; 130° ; 90° **c**. BC = 5 × cos(30°) ≈ 4,33 cm ; EF = 5 ÷ tan(30°) ≈ 8,66 cm GI = 5 ÷ sin(30°) = 10 cm ; JK = 5 × sin(30°) = 2,5 cm NO = 5 × tan(30°) ≈ 2,89 cm ; PR = 5 ÷ cos(30°) ≈ 5,77 cm	**a**. $\widehat{C}$ = arccos(5/8) ≈ 51° ; $\widehat{D}$ = arcsin(5/8) ≈ 39° ; $\widehat{H}$ = arctan(5/8) ≈ 32° **b**. EJ = 17 m ; gain 6 m soit 5,4 s **c**. 25 × tan(45°) + 25 × tan(25°) ≈ 37 m	**a**. $\widehat{TDS}$ = arcsin(6/50,2) ≈ 6,87° ; rampe entre 0,5 m et 2 m donc angle trop grand **b**. 1. CD = 4,5 × tan(25°) ≈ 2,10 m 2. AC = $\sqrt{24,66}$ ≈ 4,97 m 3. DI = 2 × 2,10 / 3 = 1,4 m 4. Méthode 1 : $\widehat{DHI}$ = $\widehat{DAC}$ = 25° puis $\widehat{HID}$ = 65° puis trigo dans DIJ Méthode 2 : $\widehat{DHJ}$ = $\widehat{DAC}$ = 25° puis DH = 3 m puis trigo dans DIJ	**a**. 2. réciproque de Pythagore 3. Pythagore 4. $\widehat{HJK}$ ≈ 37° 6. Thalés **b**. AB = 30 ÷ tan(3°) ≈ 572 cm **c**. NP = $\sqrt{1,64}$ ≈ 1,28 m ; $\widehat{NDP}$ ≈ 18° (*forte pente …*)

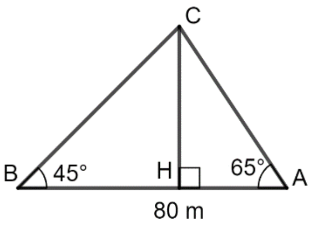
Hors piste

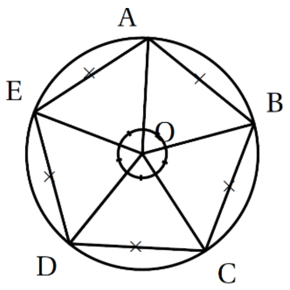


a[1]. Un bateau se trouve à une distance *d* de la plage.
Supposons dans tout le problème que α=45°,β = 65° et que L = 80m.
1. Faire un schéma à l'échelle 1/1 000 (1 cm pour 10m).
Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance d séparant le bateau de la côte.
2. Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance d.
Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est de 70°.
Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi des sinus » :

$$\frac{BC}{sin(\hat{A})} = \frac{AC}{sin(\hat{B})} = \frac{AB}{sin(\hat{C})}$$

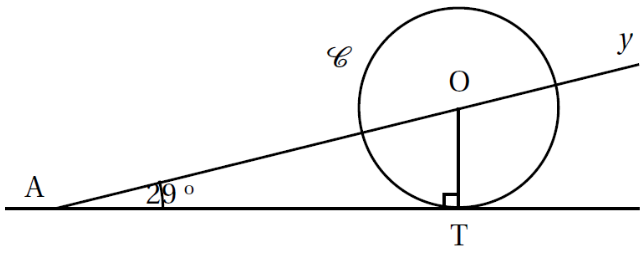
En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.
En déduire la longueur CH arrondie au cm près.

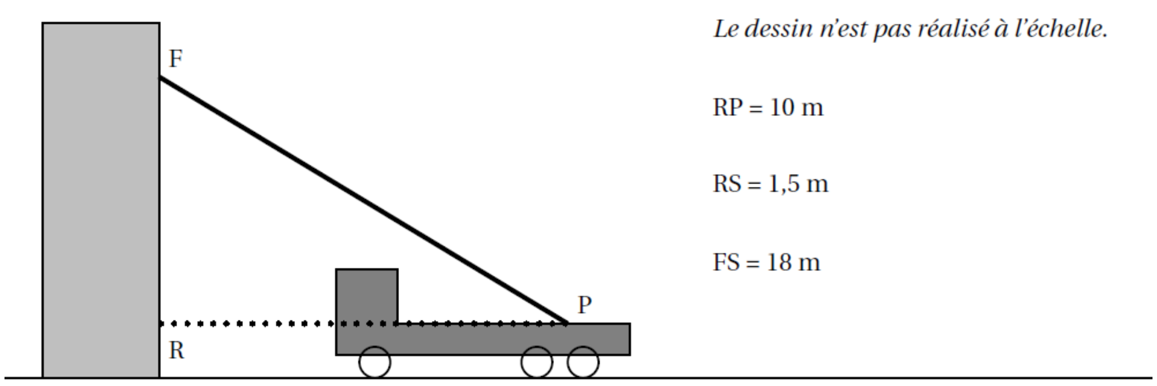




b. On donne BO = 10 cm.
Calcule le périmètre du pentagone ABCDE.

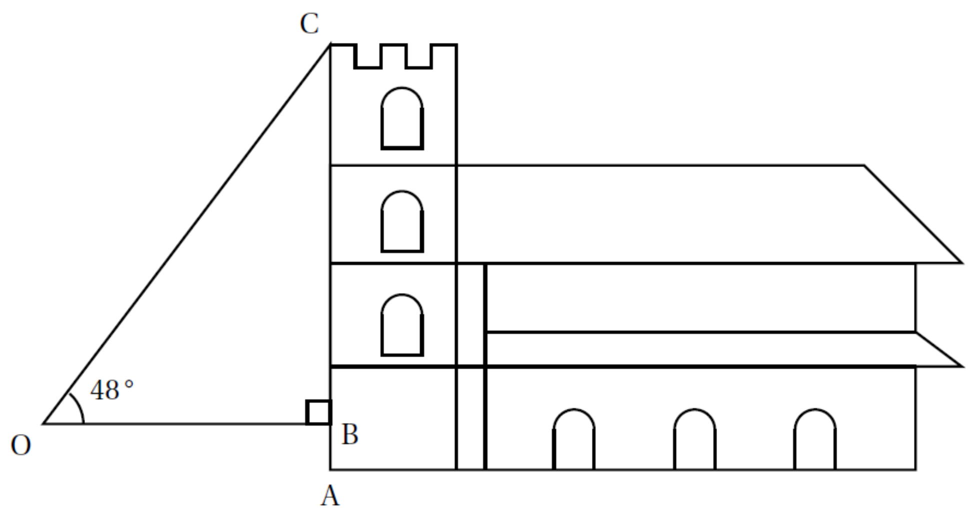
c[2]. On considère le cercle (C) de centre O, point de la demi-droite [Ay).
La demi-droite [Ax) est tangente à (C) en T.
On donne AT = 9 cm.
1. Calculer une valeur approchée au millimètre près du rayon du cercle (C).
2. A quelle distance de A faut-il placer un point B sur [AT] pour que l'angle $\widehat{OBT}$ mesure 30° ?
(Donner une valeur approchée arrondie au millimètre.)

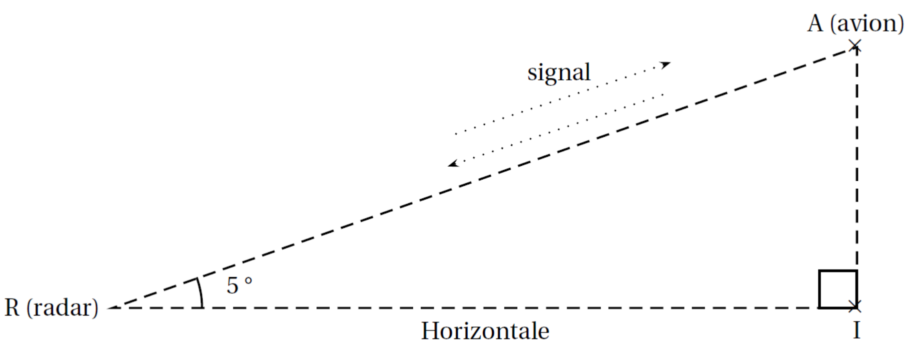




d[3]. Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre F située à 18 mètres au-dessus du sol en utilisant leur grande échelle [PF]. Ils doivent prévoir les réglages de l'échelle.
Le pied P de l'échelle est situé sur le camion à 1,5 m du sol et à 10 m de l'immeuble.
1. D'après les informations ci-dessus, déterminer la longueur RF.
2. Déterminer l'angle que fait l'échelle avec l'horizontale, c'est-à-dire $\widehat{FPR}$, arrondi
à l'unité.
3. L'échelle a une longueur maximale de 25mètres.
Sera-t-elle assez longue pour atteindre la fenêtre F ?

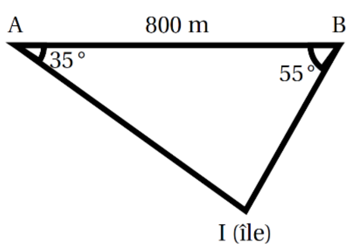
e[3]. La construction de la cathédrale de Mata Utu à Wallis, date de 1951 et s'est faite sans suivre de plan.
Tout s'est fait avec les qualités visuelles et manuelles des ouvriers.
C'est pourquoi aucune donnée « numérique » ne reste de cette construction (hauteur, longueur, ...).
Un jour, le jeune Paulo a voulu calculer la hauteur de la cathédrale. Il fait alors une figure la représentant vue de côté (voir ci-dessous) en nommant les points O, A, B et C qui vont lui permettre de faire le calcul.
Grâce à un instrument de mesure placé en O à 1,80 m du sol, il mesure l'angle $\widehat{COB}$ qui fait 48 °.
Ensuite, il trouve OB = 15m (on suppose que les murs de la cathédrale sont bien perpendiculaires au sol).
Calculer alors la hauteur CA de la cathédrale (arrondie au dixième de mètre).





f[4]. Quand l'avion n'est plus très loin de l'aéroport de Toulouse, le radar de la tour de contrôle émet un signal bref en direction de l'avion. Le signal atteint l'avion et revient au radar 0,000 3 seconde après son émission.
1. Sachant que le signal est émis à la vitesse de 300 000 kilomètres par seconde, vérifier qu'à cet instant, l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar de la tour de contrôle.
2. La direction radar-avion fait un angle de 5° avec l'horizontale. Calculer alors l'altitude de l'avion à cet instant. *On arrondira à la centaine de mètres près. On négligera la hauteur de la tour de contrôle.*

g[4]. Deux bateaux sont au large d'une île et souhaitent la rejoindre pour y passer la nuit.
On peut schématiser leurs positions A et B comme indiquées ci-contre.
Ils constatent qu'ils sont séparés de 800 m, et chacun voit l'île sous un angle différent.
Déterminer, au m près, la distance qui sépare chaque bateau de l'île.



a. BC = 80 × sin(70°) ÷ sin(65°) ≈ 82,95 m ; CH ≈ 58,65 m
b. $\widehat{BOA}$ = 360 / 5 = 72° ; H milieu [AB] ; $\widehat{AOH}$ = 72 / 2 = 36° AH = 10 × sin(36°) ≈ 5,88 cm ; périmètre = 10 × AH = 100 × sin(36°) ≈ 58,8 cm
c. OT = 9 × tan(29°) ≈ 5,0 cm ; AB = 5 ÷ tan(30°) ≈ 8,660 m
d. RF = 16,5 m ; $\widehat{FPR}$ = arctan(16,5/10) ≈ 59° ; FP = $\sqrt{372,25}$ ≈ 19,3 m < 25 m
e. AC = 1,80 + 15 × tan(48°) ≈ 18,5 m
f. d = v × t = 300 000 × 0,000 3 = 90 km ; AR = 45 km ; AI = 45 × sin(5°) ≈ 3,9 km
g. $\widehat{AIB}$ = 90° ; AI = 800 × cos(35°) ≈ 655 m et BI = 800 × cos(55°) ≈ 459 m