

Equations et problèmes

Parcours vert	Parcours bleu	Parcours rouge	Parcours noir
a. tester si les couples (5 ; 6) , (7 ; 3) et (8 ; -1) sont solutions des systèmes : $(E_1) : \begin{cases} 4x + 2y = 32 \\ 5x - 2y = 13 \end{cases}$ $(E_2) : \begin{cases} 7x - 8y = 25 \\ 7x - 7y = 28 \end{cases}$ $(E_3) : \begin{cases} 11x - 9y = 97 \\ 15x - 6y = 126 \end{cases}$	a. Une personne dispose de 12 euros ; elle peut dépenser cette somme soit en achetant 10 croissants et un cake soit en achetant 4 croissants et deux cakes. Calculer le prix d'un croissant et celui d'un cake. b. Le CDI d'un collège a acheté 2 exemplaires d'une même bande dessinée et 3 exemplaires d'un même livre de poche pour la somme de 30 euros. Une bande dessinée coûte 5 euros de plus qu'un livre de poche. Quel est le prix d'une bande dessinée? Quel est le prix d'un livre de poche ? c. La différence de deux nombres est 24. Quels sont ces deux nombres sachant que si on augmente l'un et l'autre de 8, on obtient deux nouveaux nombres dont le plus grand est le triple du plus petit ? d. Une fermière vend 3 canards et 4 poulets pour 70,30 €. Un canard et un poulet valent ensemble 20,70 €. Déterminer le prix d'un poulet et celui d'un canard. e. À la pépinière, un client achète 3 plants de manguier et 2 plants de goyavier pour 47 €. Un autre client paye 32 € pour un plant de manguier et 3 plants dc goyavier. Déterminer le prix d'un plant de manguier et le prix d'un plant de goyavier. f. Perrine a 100 euros. Elle souhaite acheter des disques et des livres. Si elle achète 4 disques et 5 livres, il lui manque 9,5 euros. Si elle achète 3 disques et 4 livres, il lui reste 16 euros. Calculer le prix d'un disque et celui d'un livre. g. Pour un parterre de fleurs, un paysagiste achète un lot de 60 plants constitué de rosiers à 10 € pièce et d'iris à 3 € pièce. Le montant de la facture correspondant à cet achat est de 355 €. Combien achète-t-il de plantes de chaque sorte ? h. Marie et Anne pratiquent l'équitation. Marie a pris pendant un trimestre 16 heures de leçons et a fait 3 stages d'une journée chacun. Marie a payé 344 €. Pendant le même trimestre, Anne a pris 18 heures de leçons et a fait seulement 2 stages d'une journée chacun. Anne a payé 332 €. Déterminer le prix d'une heure de leçon et celui d'une journée de stage.	a. Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros. Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros. Combien paiera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants ? b. On paye 74€ avec 19 pièces ou billets. Il y a des billets de 5€ et des pièces de 2€. Combien y a-t-il de billets de 5€ et de pièces de 2€ ? c. Noham et Michelle ont respectivement 12€ et 24€. Noham achète deux stylos et un classeur. Michelle achète deux stylos et trois classeurs. Quel est le prix d'un stylo ? d'un classeur ? d. Trouve un nombre de deux chiffres tel que la somme de ces chiffres soit 16 et qu'en permutant les deux chiffres le nombre augmente de 18. Quel est ce nombre ? e. Trouve deux nombres sachant que leur somme vaut 75 et leur différence est 21. f. Riham et Lucca vont à la pêche. Riham ramène 5kg de moules et 2kg de crevettes tandis que Lucca a 4kg de moules et 6kg de crevettes. Ils décident de vendre leur butin en choisissant un prix commun pour les moules et un prix commun pour les crevettes. Riham voudrait gagner 40€ et Lucca 54€. A quels prix doivent-ils vendre leurs moules et leurs crêpes ? g. La somme de deux nombres est 41. Si on soustrait le premier nombre par 5 et le second nombre par 3 et qu'on les soustrait on trouve 69. Quels sont ces nombres ? h. On dispose de boules rouges et de boules noires. Les boules de même couleur ont la même masse. Un lot de 3 boules noires et 6 boules rouges a une masse de 9 kg. Un second lot de 9 boules noires et 3 boules rouges a aussi une masse de 9 kg. Quelle est la masse d'une boule de chaque couleur ? i. Trouve deux nombres sachant que leur somme est 55 et leur quotient est deux-tiers.	a. Monsieur Picsou place 105 000€ ; une partie est placée à 6% et l'autre partie à 4%. La somme des intérêts de l'année est de 5 800€. Quelle est la répartition de son placement ? b. Trouve deux nombres sachant que leur somme est égale à 119 et que les trois-quarts de l'un sont égaux aux deux-tiers de l'autre. c. Yasmine et Jessica se partagent des bonbons. Si Yasmine donne 20 bonbons à Jessica, Jessica en a alors le triple de Yasmine. Si Jessica en avait donné 20 à Yasmine, Jessica en aurait eu le double de Yasmine. Combien chacune a-t-elle de bonbons ? d. Si on divise 12 963 et 8 448 par un même diviseur, on obtient respectivement pour quotient 617 et 402 et les restes sont égaux. Trouve le diviseur commun et le reste obtenu. e. Si on divise 142 823 et 85 937 par deux diviseurs dont le premier est le triple du second, on obtient respectivement pour quotient 1 252 et 2 261 et le reste de la première opération est cinq fois plus grand que celui de la deuxième. Trouve les diviseurs communs et les restes obtenus. f. Trouve deux nombres tel que le triple du premier dépasse de 12 le double du second et tel que le triple du second dépasse de 22 le double du premier. g. Un terrain a la forme d'un rectangle dont le périmètre est 840 m. Trouve la longueur et la largeur de ce terrain sachant que leur différence est de 180 m. h. Un cycliste roulant à une vitesse constante fait un parcours en deux étapes. La première étape est faite en 1h30 et la seconde en 1h15. Sachant que la deuxième étape est de 4 km plus courte que la première, quelle est la longueur de ces deux étapes ? i. Il y a 6 ans, l'âge de Dina était le double d'André mais dans 18 ans, celui de Dina sera les quatre-tiers de celui d'André. Quels sont les âges de Dina et André ? j. Deux frères se partagent la somme de 5 500€ proportionnellement aux nombres 4 et 6. Quel est la part de chacun ? k. Trois frères se partagent la somme de 562 365€ proportionnellement aux nombres 3, 5 et 7. Quel est la part de chacun ?

1 : Brevet 2002 ; 2 : Brevet 2003 ; 3 : Adapté de 1200 exercices de mathématiques, Jocelyne et Lysiane DENIERE ; 4 : <https://chingatome.fr/>

a.	(5 ; 6	(7 ; 3	(8 ; -1
(E ₁)	Oui	Non	Non
(E ₂)	Non	Oui	Non
(E ₃)	Non	Non	Oui

b.

(E ₁)	(E ₂)	(E ₃)	(E ₄)	(E ₅)
(5 ; 7)	(3 ; 7)	(7 ; 5)	(2 ; 1)	(3 ; -2)

c.

(E ₁)	(E ₂)	(E ₃)	(E ₄)	(E ₅)	(E ₆)
(2 ; -7)	(-9 ; -6)	(-5 ; 7)	(-1 ; 1)	(-3 ; 6)	(2 ; -5)

(E ₇)	(E ₈)	(E ₉)	(E ₁₀)	(E ₁₁)	(E ₁₂)
(6 ; 6)	(6 ; 7)	(-1 ; 6)	(-7 ; 1)	(-3 ; 7)	(-2 ; 3)

(E ₁₃)	(E ₁₄)	(E ₁₅)	(E ₁₆)	(E ₁₇)	(E ₁₈)
(7 ; 7)	(-2 ; 9)	(8 ; 7)	(-8 ; 8)	(-9 ; -9)	(7 ; 8)

d. Soit x le prix d'une pensée et y celui d'une primevère.
 $\begin{cases} 12x + 7y = 71,30 \\ 8x + 24y = 92,00 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4,60 \\ y = 2,30 \end{cases}$
Une pensée coûte **4,60€** et une primevère coûte **2,30€**.

a. Soit x le prix d'un croissant et y celui d'un cake.
 $\begin{cases} 10x + y = 12 \\ 4x + 2y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0,75 \\ y = 4,5 \end{cases}$
Une pensée coûte **0,75€** et une primevère coûte **4,50€**.

b. Soit x le prix d'une BD et y celui d'un livre de poche.
 $\begin{cases} 2x + 3y = 30 \\ x = y + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases}$
Une BD coûte **9€** et un livre de poche coûte **4€**.

c. Soit x le plus petit nombre et y le plus grand.
 $\begin{cases} y - x = 24 \\ y + 8 = 3 \times (x + 8) \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 28 \end{cases}$
Les nombres sont **4 et 28**.

d. Soit x le prix d'un canard et y celui d'un poulet.
 $\begin{cases} 3x + 4y = 70,30 \\ x + 2y = 20,70 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 12,5 \\ y = 8,2 \end{cases}$
Un canard coûte **12,50€** et un poulet coûte **8,20€**.

e. Soit x le prix d'un manguiet et y celui d'un goyavier.
 $\begin{cases} 3x + 2y = 47 \\ x + 3y = 32 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 11 \\ y = 7 \end{cases}$
Un manguiet coûte **11€** et un goyavier **7€**.

f. Soit x le prix d'un disque et y celui d'un livre.
 $\begin{cases} 4x + 5y = 100 - 9,5 \\ 3x + 4y = 100 - 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 18 \\ y = 7,5 \end{cases}$
Un disque coûte **18€** et un livre **7,50€**.

g. Soit x le nombre de rosiers et y celui d'iris.
 $\begin{cases} x + y = 60 \\ 10x + 3y = 355 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 25 \\ y = 35 \end{cases}$
Il y a **25 rosiers** et **35 iris**.

h. Soit x le nombre d'heures de leçons et y le nombre de stages d'une journée.
 $\begin{cases} 16x + 3y = 344 \\ 18x + 2y = 332 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 14 \\ y = 40 \end{cases}$
L'heure de leçons coûte **14€** et la journée coûte **40€**.

a. Soit a le prix d'un adulte et e celui d'un enfant.
 $\begin{cases} 4a + 3e = 206 \\ 2a + 2e = 114 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 35 \\ e = 22 \end{cases}$
Une adulte paye 35€ et un enfant paye 22€ dont la famille C va payer 3×35+2×22=**149€**.

b. Soit x le nombre de billets de 5€ et y le nombre de pièces de 2€.
 $\begin{cases} x + y = 19 \\ 5x + 2y = 74 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 12 \\ y = 7 \end{cases}$
Il y a **12 billets de 5€** et **7 pièces de 2€**.

c. Soit x le prix d'un stylo et y celui d'un classeur.
 $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$
Un stylo coûte **3€** et un classeur coûte **6€**.

d. Soit x le premier chiffre et y le second.
 $\begin{cases} x + y = 16 \\ (10y + x) - (10x + y) = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases}$
Le nombre est **79**.

e. Soit x le premier nombre et y le second.
 $\begin{cases} x + y = 75 \\ x - y = 21 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 48 \\ y = 27 \end{cases}$
Les deux nombres sont **48 et 27**.

f. Soit x le prix d'un kilogramme de moules et y celui d'un kilogramme de crevettes.
 $\begin{cases} 5x + 2y = 40 \\ 4x + 6y = 54 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases}$
Le prix au kilo des moules est de **6€** et celui des crevettes est de **5€**.

g. Soit x le premier nombre et y le second.
 $\begin{cases} x + y = 41 \\ (x - 5) - (y - 3) = 69 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 56 \\ y = -15 \end{cases}$
Les deux nombres sont **56 et -15**.

h. Soit n le poids d'une boule noire et r celui d'une boule rouge.
 $\begin{cases} 3n + 6r = 9 \\ 9n + 3r = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0,6 \\ y = 1,2 \end{cases}$
Une boule noire a une masse de **0,6 kg** et une boule rouge a une masse de **1,2 kg**.

i. Soit x le premier nombre et y le second.
 $\begin{cases} x + y = 55 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 22 \\ y = 33 \end{cases}$
Les deux nombres sont **22 et 33**.

a. Soit x la somme placée à 6% et y la somme placée à 4%.
 $\begin{cases} x + y = 105\,000 \\ \frac{6}{100}x + \frac{4}{100}y = 5\,800 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 80\,000 \\ y = 25\,000 \end{cases}$
Il y a **80 000€** placés à 6% et **25000€** placés à 4%.

b. Soit x le premier chiffre et y le second.
 $\begin{cases} x + y = 119 \\ \frac{3}{4}x = \frac{2}{3}y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases}$
Les nombres sont **56 et 63**.

c. Soit y le nombre de bonbons de Yasmine et j celui de Jessica.
 $\begin{cases} 3 \times (y - 20) = j + 20 \\ 2 \times (y + 20) = j - 20 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 140 \\ j = 340 \end{cases}$
Yasmine a **140 bonbons** et Jessica a **340 bonbons**.

d. Soit d le diviseur commun et r le reste commun.
 $\begin{cases} 12\,963 = 617 \times d + r \\ 8\,448 = 402 \times d + r \end{cases} \quad \begin{cases} d = 21 \\ r = 6 \end{cases}$
Le diviseur commun est **21** et le reste commun est **6**.

e. Soit d le second diviseur et r le deuxième reste.
 $\begin{cases} 142\,823 = 1\,252 \times 3d + 5 \times r \\ 85\,937 = 2\,261 \times d + r \end{cases} \quad \begin{cases} d = 38 \\ r = 19 \end{cases}$
Les diviseurs sont **114 et 36** et les restes sont **95 et 19**.

f. Soit x le premier nombre et y le second.
 $\begin{cases} 3x = 2y + 12 \\ 3y = 2x + 22 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16 \\ y = 18 \end{cases}$
Les deux nombres sont **16 et 18**.

g. Soit x la longueur et y la largeur.
 $\begin{cases} 2x + 2y = 840 \\ x - y = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 300 \\ y = 120 \end{cases}$
La longueur est **300 m** et largeur est **120 m**.

h. Soit d la longueur de la première étape et v la vitesse constante.
 $\begin{cases} d = 1,5v \\ d - 4 = 1,25v \end{cases} \quad \begin{cases} x = 24 \\ y = 16 \end{cases}$
Les étapes mesurent **24 et 20 km**.

i. Soit d l'âge de Dina et a celui d'André.
 $\begin{cases} d - 6 = 2 \times (a - 6) \\ d + 18 = \frac{4}{3} \times (a + 18) \end{cases} \quad \begin{cases} x = 30 \\ y = 18 \end{cases}$
Dina a **30 ans** et André a **18 ans**.

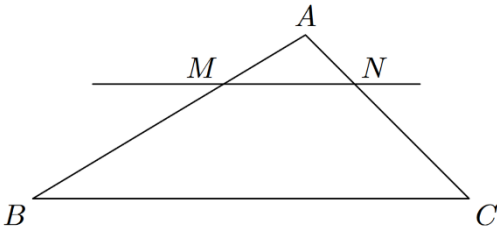
j. Soit x la part du premier et y celle du deuxième.
 $\begin{cases} x + y = 5\,500 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2\,200 \\ y = 3\,300 \end{cases}$
Le premier a **2 200€** et le second **3 300€**.

k. Soit x la part du premier, y celle du deuxième et z celle du troisième.
 $\begin{cases} x + y + z = 562\,365 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 112\,473 \\ y = 187\,455 \\ z = 262\,437 \end{cases}$
Le premier a **112 473€**, le second a **187 455€** et le troisième a **262 437€**.

Parcours hors-piste

a.. Dans le triangle ABC ci-contre, on donne :

- AB = 6 cm ; BC = 9 cm
 - M est le point de [AB] tel que : AM =2 cm.
 - La droite parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N.
1. Calcule MN.
Donne la valeur de $\frac{AN}{AC}$.
2. On suppose que [NC] mesure 4,5 cm et l'on pose AN = y et AC = x.
Calculer AN et AC.



b.. Sur la ligne de train Lyon-Marseille, un TGV part de Lyon à destination de Marseille à 9h30 et roule à la vitesse constante de 300 km/h. Un train Grande-Ligne part de Marseille pour relier Lyon à 9h et roule à la vitesse constante de 150 km/h. A quelle heure les deux trains vont se croiser ?
La distance Lyon-Marseille est de 255 km.

c.. Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 de long. On cherche la longueur d'une locomotive et la longueur d'un wagon-citerne.

d..

= 23,40 €

= 26,00 €

= 6,40 €

= ?