Factorise – Equations produits

Parcours vert

a. Développe et réduis

A = $5(3x+4)$
B = $7(2t-4)$
C = $-3(7-v)$
D = $(x+2)(x+4)$
E = $(2x+3)(5x+4)$
F = $(7x-4)(5x-4)$
G = $(x+5)^2$
H = $(x+7)(x-7)$
I = $(3x-4)^2$
J = $(5x+2)(5x+2)$
K = $(3x-4)(3x+5)$

b. Factorise en reconnaissant un facteur commun

A = $5x+2x$
B = $5t-35$
C = $7y-7x$
D = $bc+2b$
E = $91z-13t$
F = $xa+ay$
G = x^2+xy
H = a^3-a^2
I = $12x-30y+24z$
J = $(2b)^2-4ac$
K = $3x^2-x$
L = $(xy)^2+3x^2y+3xy^2$
M = $7x-21y+14$
N = $-9x+15y-6$
P = $6x^2+3x$
Q = x^3-yx^2
R = i^2-i
S = $(x-2)(x+3)+(5-x)(x-2)$
T = $(2a-b)(2b-a)+(2b-a)(b-2a)$
U = $(2a+8b)+b(3a+12b)$
V = $(25a-15)+(10ab-6b)$
W = $x(x-3)+2(x-3)$
X = $(x+5)^2+(x+5)$
Y = $(x-2)^2-(x-2)$
Z = $(x+3)(x-7)+(x+2)(x-7)+(2x+5)(2x+8)$

Parcours bleu

a. Factorise avec une identité remarquable

A = x^2+6x+9
B = $25x^2-40x+16$
C = $9+30x-25x^2$
D = $9-30x+25x^2$
E = $16x^2+8x+1$
F = $9x^2+12x+4$
G = x^2+2x+1
H = x^2-1
I = $4+x^2+4x$
J = $-4x+4+x^2$
K = $1-x^2$
L = $169x^2-4$
M = $144x^2-25$
N = $5x^2-125$
P = $2x^2-8$
Q = $-9+30x-25x^2$
R = $-9-30x-25x^2$

b. Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1. Tester cette proposition pour 5 et 7, puis pour 11 et 13.

2. Tester cette proposition avec un tableur :

	A	B	C	D
1	1er nombre impair	2ème nombre impair	Produit	Produit + 1
2	5	7	35	36
3	7	9		
4	9	11		
5				

3. On « rappelle » qu'un nombre pair s'écrit sous la forme $2\times n$ et qu'un nombre impair s'écrit sous la forme $2\times n+1$ où n est un entier.
Montrer que la proposition est vraie.

4. Montrer qu'on obtient le carré d'un nombre entier.

Parcours rouge

a. Factorise :

A = $(x-2)(x+1)-3(x-2)^2$
B = $(x-2)^2-3x+6$
C = $x^2-4+(3x+1)(x-2)$
D = $(5{,}5x-2{,}5)^2-(3{,}5x-1{,}5)^2$

b. Résous :

① $(5x+1)(x-2)=0$
② $(3x+1)(x-5)=0$
③ $(4x+1)(4x-2)=0$
④ $(5x-4)(7x+3)=0$
⑤ $(x+2)(x+4)=0$

c. Résous :

① $x^2=25$
② $x^2=-36$
③ $t^2=0$
④ $x^2=7$
⑤ $3x^2=27$

d. Développe $(x+4)(x-4)$. Déduis-en, sans calculatrice, le résultat de $1\,000\,004\times 999\,996$

e. Développe $(2x+3)(2x-3)$. Déduis-en, sans calculatrice, le résultat de $200\,003\times 199\,997$

f. Calcule, sans calculatrice, $4\,000\,005\times 3\,999\,995$

g1. On considère l'expression C = $(2x-1)^2+(2x-1)(x+5)$.
a. Développer et réduire l'expression C.
b. Factoriser l'expression C.
c. Résoudre l'équation $(2x-1)(3x+4)=0$

Parcours noir

1- Factorise (à savoir faire en 2nde mais pas exigible en 3ème)

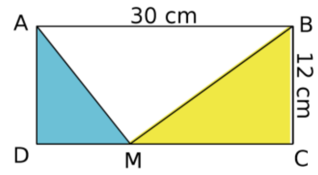
A = $(7x-3)(x-2)+7(2-x)$
B = $(3x+1)^2-(6x+7)(1+3x)-1-3x$
C = $(2x-1)^2-(2-3x)^2$
D = $4x^2-(x-3)^2$
E = $(x+1)(x+2)-5(x^2+4x+4)$
F = $(2x+1)+(4x^2-1)^2$
G = $x^2-9+(x+3)(x-9)$
H = $(2x+1)^3-9(2x+1)$
I = $x^2-4+(3x+1)(x-2)$
J = $(x-1)^2+(3x-3)(2x+1)$
K = $(3x+2)(x-5)+(x-5)^2+(x^2-25)$

2-

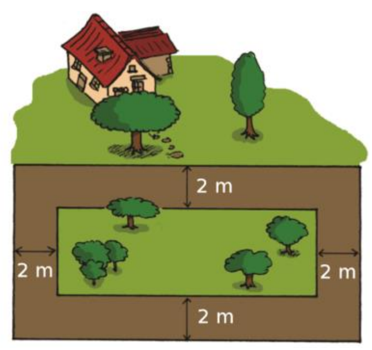
① Résous $(x+2)(x+4)=-1$

② Résous $(x+3)^2=16$

③ Où doit-on placer le point M sur le côté [DC] de ce rectangle pour que l'aire du triangle ADM soit le tiers de l'aire du triangle BCM ? Justifie.

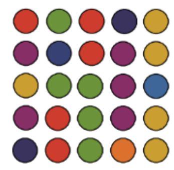


④ Madame Anabelle Pelouse possède un terrain rectangulaire dont la longueur est le double de sa largeur. Ce terrain est constitué d'un très beau gazon entouré d'une allée.



a. Sachant que l'aire de l'allée est 368 m², calcule la mesure exacte de la largeur du terrain.
b. Déduis-en, en m², les aires du terrain et de la partie recouverte de gazon.

⑤ « Avec des jetons, j'ai réussi à constituer un carré et il m'en reste 12. J'ai alors essayé de constituer un carré avec un jeton de plus sur chaque côté mais là, il m'en manque 13. » Combien y a-t-il de jetons ?



a. Développe et réduis

A = $15x+2$ B = $14t-28$ C = $-21+3v$ D = x^2+6x+8
E = $10x^2+23x+12$ F = $35x^2-48x+16$
G = $x^2+10x+25$ H = x^2-49 I = $9x^2-24x+16$
J = $(5x+2)^2=25x^2+20x+4$ K = $9x^2+3x-20$

b. Factoriser

A = $7x$ B = $5(t-7)$ C = $7(y-x)$ D = $b(c+2)$
E = $13(7z-t)$ F = $a(x+y)$ G = $x(x+y)$
H = $a(a^2-a)=a^2(a-1)$ I = $6(2x-5y+4z)$
J = $4(b^2-ac)$ K = $x(3x-1)$ L = $xy(xy+3x+3y)$
M = $7(x-3y+2)$ N = $3(-3x+5y-2)$ P = $x(6x+3)$
Q = $x^2(x-y)$ R = $i(i-1)$ S = $(x-2)8$ T = 0
U = $(a+4b)(2+3b)$ V = $(5a-3)(5+2b)$
W = $(x-3)(x+2)$ X = $(x+5)(x+6)$
Y = $(x-2)(x-3)$ Z = $(2x+5)(3x+1)$

a. Factoriser

A = $(x+3)^2$ B = $(5x-4)^2$ C *impossible*
D = $(3-5x)^2$ E = $(4x+1)^2$ F = $(3x+2)^2$
G = $(x+1)^2$ H = $(x+1)(x-1)$ I = $(x+2)^2$
J = $(x-2)^2$ K = $(1+x)(1-x)$
L = $(13x+2)(13x-2)$ M = $(12x+5)(12x-5)$
N = $5(x+5)(x-5)$ P = $2(x+2)(x-2)$
Q = $-(3-5x)^2$ R = $-(3+5x)^2$

b.

1. $5\times7+1=36=4\times9$ $11\times13+1=144=4\times36$

2. Tester cette proposition avec un tableur :

	A	B	C	D
1	1er nombre impair	2ème nombre impair	Produit	Produit + 1
2	5	7	35	36
3	=A2+2	=A3+2	=A3*B3	=C3+1
4				
5				

3. Soit n un entier. $2n+1$ est un nombre impair et $2n+3$ est le nombre impair suivant.
$(2n+1)(2n+3)+1=4n^2+8n+4=4(n^2+2n+1)$
C'est bien un multiple de 4.

4.
Solution 1
$4n^2+8n+4=(2n+2)^2$
C'est bien le carré d'un nombre entier

Solution 2
On peut aussi partir des nombres impairs $2n-1$ et $2n+1$
Leur produit vaut $(2n+1)(2n-1)=4n^2-1$
Leur produit plus 1 vaut $4n^2-1+1=4n^2=(2n)^2$
L'affirmation est vraie et on trouve même le carré d'un nombre pair.

a. Factorise :
A = $(x-2)(-2x+7)$ B = $(x-2)(x-5)$
C = $(x-2)(4x+3)$ D = $(2x-1)(9x-4$

b. Résous :
① S = {-1/5 ; 2} ② S = {-1/3 ; 5}
③ S = {-1/4 ; 1/2} ④ S = {4/5 ; -3/7}
⑤ S = {-2 ; -4}

c. Résous :
① S = {-5 ; 5}
② Pas de solution *ou* $S=\varnothing$
③ S = {0}
④ $S=\left\{-\sqrt{7};\sqrt{7}\right\}$
⑤ S={-3 ; 3}

d. $(x+4)(x-4)=x^2-16$
$1\,000\,004\times 999\,996 = 999\,999\,999\,984$

e. $(2x+3)(2x-3)=4x^2-9$
$200\,003\times 199\,997 = 39\,999\,999\,991$

f. $(4x+5)(4x-5)=16x^2-25$
$4\,000\,005\times 3\,999\,995 = 15\,999\,999\,999\,975$

g.
a. C = $6x^2+5x-4$
b. C = $(2x-1)(3x+4)$
c. S = {1/2 ; -4/3}

1 - Factorise

A = $(7x-3)(x-2)+7(2-x)=(7x-3)\underline{(x-2)}-7\underline{(x-2)}=(x-2)(7x-10)$
B = $(3x+1)^2-(6x+7)(1+3x)-1-3x=\underline{(3x+1)}(3x+1)-(6x+7)\underline{(3x+1)}-\underline{(3x+1)}$
$=(3x+1)(-3x-7)$
C = $(2x-1)^2-(2-3x)^2=[(2x-1)+(2-3x)][(2x-1)-(2-3x)]=(-x+1)(5x-3)$
D = $4x^2-(x-3)^2=(2x)^2-(x-3)^2=[(2x)+(x-3)][(2x)-(x-3)]=(3x-3)(x+3)$
E = $(x+1)(x+2)-5(x^2+4x+4)=(x+1)(x+2)-5(x+2)^2=(x+1)\underline{(x+2)}-5\underline{(x+2)}(x+2)$
$=(x+2)(-4x-9)$
F = $(2x+1)+(4x^2-1)^2=(2x+1)+[(2x+1)(2x-1)]^2$
$=\underline{(2x+1)}+\underline{(2x+1)}(2x-1)(2x+1)(2x-1)=(2x+1)(4x^3-2x^2-x+1)$
G = $x^2-9+(x+3)(x-9)=\underline{(x+3)}(x-3)+\underline{(x+3)}(x-9)=(x+3)(2x-12)$
H = $(2x+1)^3-9(2x+1)=(2x+1)[(2x+1)^2-9]=(2x+1)[(2x+1)^2-3^2]$
$=(2x+1)[(2x+1)+3][(2x+1)-3]=(2x+1)(2x+4)(2x-2)$
I = $x^2-4+(3x+1)(x-2)=(x+2)\underline{(x-2)}+(3x+1)\underline{(x-2)}=(x-2)(4x+3)$
J = $(x-1)^2+(3x-3)(2x+1)=\underline{(x-1)}(x-1)+3\underline{(x-1)}(2x+1)=(x-1)(7x+2)$
K = $(3x+2)(x-5)+(x-5)^2+(x^2-25)=(3x+2)\underline{(x-5)}+\underline{(x-5)}(x-5)+(x+5)\underline{(x-5)}$
$=(x-5)(5x+2)$

2- Résous :

① $(x+2)(x+4)=-1$ donc $x^2+6x+8=-1$ donc $x^2+6x+9=0$ donc $(x+3)^2=0$
donc $(x+3)(x+3)=0$
S = { -3 }

② $(x+3)^2=16$ donc $x+3=\sqrt{16}$ ou $x+3=-\sqrt{16}$
S = {1 ; -7}

③ Soit DM = x. Alors CM = $30-x$
$A_{ADM}=DM\times AD\div2=x\times12\div2=6x$
$A_{BCM}=CM\times BC\div2=(30-x)\times12\div2=180-6x$
$A_{ADM}=A_{BCM}\div3$ donc $A_{ADM}\times3=A_{BCM}$ donc $6x\times3=180-6x$ … $x=7{,}5$ cm
Il faut placer M au quart de [CD], au plus près de D.

④
a. Soit L la largeur ; la longueur est 2L.
L'aire de l'allée est $2\times2L+2\times4L-4\times2^2=12L-16$
donc $12L-16=368$ … L = 32m
b. L'aie du terrain est $32\times64=2048$ m² et l'aire du gazon est $2048-368=1680$ m².

⑤
Soit x le côté du premier carré. Le nombre de jetons est alors x^2+12.
Le coté du second carré est $x+1$. Le nombre de jetons est alors $(x+1)^2-13$.
Donc $x^2+12=(x+1)^2-13$ … $x=12$
donc le nombre de jetons est $12^2+12=156$.
On avait aussi $(12+1)^2-13=156$.

1 : DNB 2004 ;