

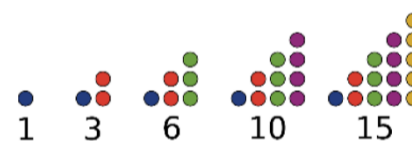
Arithmétique

Parcours vert	Parcours bleu	Parcours rouge	Parcours noir																																	
<p>a. Donne tous les diviseurs de : 12 ; 18 ; 60 ; 45 ; 120 ; 180 ; 200</p> <p>b. En utilisant l'algorithme d'Euclide, calcule le PGCD de : 120 et 250 540 et 315 45678 et 123 1200 et 45 145 et 45 2530 et 2622</p> <p>c. Voici les diviseurs de trois nombres :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Nombre</th> <th>Liste des diviseurs</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>42</td> <td>1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42</td> </tr> <tr> <td>56</td> <td>1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60</td> </tr> </tbody> </table> <p>Aide-toi de cette liste pour simplifier au maximum les fractions : $\frac{42}{56}$, $\frac{60}{56}$ et $\frac{42}{60}$.</p> <p>d. Décompose 132 et 390 en produits de facteurs premiers. Simplifie la fraction $\frac{132}{390}$. A l'aide des décompositions trouvées plus haut, cherche un multiple commun le plus simple possible, puis effectue $\frac{1}{132} + \frac{1}{390}$.</p> <p>e. Donne tous les diviseurs communs de : 65 et 2730 432 et 1712 4050 et 4550 1476 et 1636 624 et 246 180 et 390</p> <p>f. On pose : $M = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$</p> <p>1. Calcule le plus grand diviseur commun D de 20 755 et 9 488. 2. Écris, en détaillant les calculs, le nombre M sous la forme d'une fraction irréductible.</p> <p>g. Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants. Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants. Tous les lots sont identiques. Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés. Peut-on faire 3 lots ? Décomposer 195 en produit de facteurs premiers. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:</p> <ul style="list-style-type: none"> Combien de lots peut-on constituer au maximum ? De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ? 	Nombre	Liste des diviseurs	42	1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42	56	1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56	60	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60	<p>a. Un chocolatier vient de fabriquer 2622 œufs de Pâques et 2530 poissons en chocolat. Il souhaite faire des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :</p> <ul style="list-style-type: none"> tous les paquets aient la même composition ; après mise en paquet, il ne reste ni œuf ni poissons ; les paquets soient les plus petits possibles. <p>Aide ce chocolatier à choisir la composition de chaque paquet.</p> <p>b. Un collectionneur possède 1631 timbres français et 932 timbres étrangers. Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de timbres et la même répartition de timbres français et étrangers. Calcule le nombre maximum de lots qu'il pourra réaliser et indique la composition de chaque lot.</p> <p>c. Un collectionneur possède 1631 timbres français et 932 timbres étrangers. Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des paquets les plus gros possibles comportant le même nombre de timbres : soit français, soit étrangers. Calcule le nombre de lots qu'il pourra réaliser au minimum et indique la composition de chaque lot.</p> <p>d. Deux nombres entiers a et b sont dits amicaux lorsque :</p> <ul style="list-style-type: none"> la somme des diviseurs du nombre a, autres que a, est égal au nombre b la somme des diviseurs du nombre b, autres que b, est égal au nombre a <p>Montre que 220 et 284 sont amicaux.</p> <p>e. Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :</p> <ul style="list-style-type: none"> 4 planches longues ; 6 planches courtes ; 12 petites équerres ; 2 grandes équerres ; 14 vis. <p>Le menuisier dispose de 26 planches longues, 33 planches courtes, 200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis. Combien d'étagères complètes peut-il construire ?</p>	<p>a. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au-dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible. Détermine la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?</p> <p>b. 6510 fourmis noires et 4650 fourmis rouges décident de s'allier pour combattre les termites. Pour cela, la reine des fourmis souhaite constituer, en utilisant toutes les fourmis, des équipes qui seront toutes composées de la même façon : un nombre de fourmis rouges et un autre nombre de fourmis noires. Quel est le nombre maximal d'équipes que la reine peut ainsi former ?</p> <p>c. Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysages et le même nombre de portraits. Il dispose de 224 photos de paysage et de 288 portraits. Combien peut-il réaliser de panneaux en utilisant toutes les photos ?</p> <p>d. Recopie et complète la grille avec les nombres que tu découvriras grâce aux définitions.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>I</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #000000;"></td> </tr> <tr> <th>II</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> <tr> <th>III</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #000000;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> <tr> <th>IV</th> <td style="background-color: #000000;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #000000;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table> <p>Horizontalement I : PGCD (125 ; 250). II : Ce nombre est un multiple de 9. III : Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10 ■ Ce nombre est divisible par 5. IV : Le reste de la division euclidienne de 121 par 8 ■ Le quotient dans celle de 245 par 112.</p> <p>Verticalement A : Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres. B : Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10 ■ Diviseur commun à tous les entiers. C : PGCD (1 542 ; 3 598). D : 3 est un diviseur de ce nombre.</p>		A	B	C	D	I					II					III					IV					<p>a. Un chocolatier vient de fabriquer 2622 œufs de Pâques et 2530 poissons en chocolat. Il souhaite faire des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :</p> <ul style="list-style-type: none"> tous les paquets aient la même composition ; après mise en paquet, il ne reste ni œuf ni poissons. <p>Aide ce chocolatier à choisir la composition de chaque paquet ; donne toutes les possibilités.</p> <p>b. Deux livres ont respectivement 480 et 608 pages. Chacun de ces livres est formé de fascicules, ou "cahiers" qui ont tous un même nombre de pages, compris entre 30 et 80.</p>  <p>Quel est le nombre de pages d'un cahier ? Quel est le nombre de cahiers qui composent chacun des livres ?</p> <p>c. En divisant 29687 et 35312 par un nombre entier a supérieur à 100, on trouve comme restes respectifs 47 et 32. Quel est le nombre a et quels sont les quotients de ces deux divisions ?</p> <p>d. Écris la liste de tous les diviseurs de 6. Calcule la somme de tous ces diviseurs à l'exception de 6. Que remarques-tu ? On appelle nombre parfait tout entier qui a cette particularité. Vérifie que 496 est un nombre parfait. Trouve tous les nombres parfaits compris entre 20 et 30.</p> <p>e. Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3 ?</p> <p>f. Démontrer que la somme de deux nombres impairs est paire.</p> <p>g. Le numéro de sécurité sociale d'une personne comporte 13 chiffres. On a ajouté à la fin de chaque numéro une clé de contrôle. Cette clé est un nombre de deux chiffres qui est calculé en utilisant le programme de calcul suivant : on effectue la division euclidienne du numéro de sécurité sociale par 97 puis on calcule la différence entre 97 et le reste de la division pour obtenir la clé.</p>  <p>Vérifie la clé de contrôle de Nathalie Durand (2 69 05 49 588 157 80). Détermine la clé de M. Jean Caisse 1 67 04 81 065 027 ..</p>
Nombre	Liste des diviseurs																																			
42	1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42																																			
56	1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56																																			
60	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60																																			
	A	B	C	D																																
I																																				
II																																				
III																																				
IV																																				

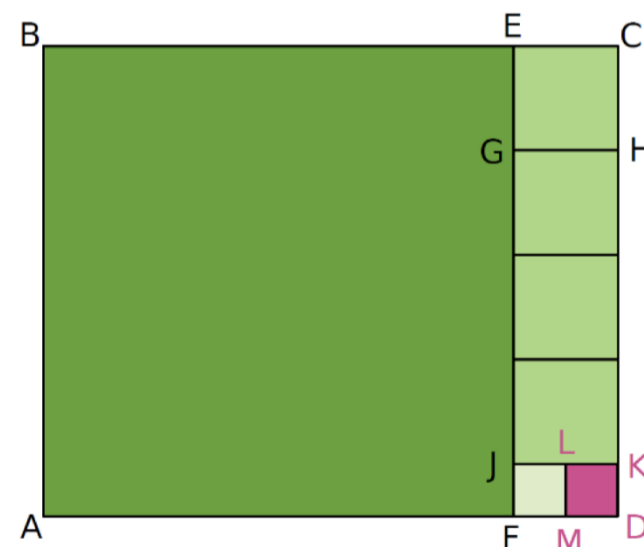
<p>a. 12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 18 : 1, 2, 3, 6, 9, 18 60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 120 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120 180 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180 200 : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200</p> <p>b. PGCD(120 ; 250)= 10 PGCD(540 ; 315)= 45 PGCD(45678 ; 123)= 3 PGCD(1200 ; 45)= 15 PGCD(145 ; 45)= 5 PGCD(2530 ; 2622)= 46</p> <p>c. $\frac{42}{56} = \frac{3}{4}$, $\frac{60}{56} = \frac{15}{14}$ et $\frac{42}{60} = \frac{7}{10}$</p> <p>d. $132=2^2 \times 3 \times 11$ $390=2 \times 3 \times 5 \times 13$ $\frac{132}{390} = \frac{22}{65}$ $\frac{1}{132} + \frac{1}{390} = \frac{29}{2860}$</p> <p>e. 1, 5, 13, 65 1, 2, 4, 8, 16 1, 2, 5, 10, 25, 50 1, 2, 4 1, 2, 3, 6 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30</p> <p>f. $D = 593$ $M = \frac{29}{16}$</p> <p>g. Oui car 195 et 234 sont divisibles par 3. $195 = 3 \times 5 \times 13$ 39 lots de 5 figurines et 6 autocollants</p>	<p>a. 46 paquets de 57 œufs et 55 poissons</p> <p>b. 233 lots de 7 timbres français et 4 timbres étrangers</p> <p>c. 7 lots de 233 timbres français et 4 lots de 233 timbres étrangers</p> <p>d. Pour 220 : $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$. Pour 284 : $1+2+4+71+142=280$</p> <p>e. On peut fabriquer 5 étagères</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Planches longues</th> <th>Planches courtes</th> <th>Petites équerres</th> <th>Grandes équerres</th> <th>Vis</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Besoin</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>2</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>Stock</td> <td>26</td> <td>33</td> <td>200</td> <td>20</td> <td>510</td> </tr> <tr> <td>Possible</td> <td>6,5</td> <td>5,5</td> <td>16,6</td> <td>10</td> <td>36,4</td> </tr> </tbody> </table>		Planches longues	Planches courtes	Petites équerres	Grandes équerres	Vis	Besoin	4	6	12	2	14	Stock	26	33	200	20	510	Possible	6,5	5,5	16,6	10	36,4	<p>a. 15 cm de côté et 126 carreaux</p> <p>b. 930 équipes de 7 fourmis noires et 5 fourmis rouges</p> <p>c. 1, 2, 4, 8, 16 ou 32 panneaux.</p> <p>d.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>I</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>II</td> <td>2</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>III</td> <td>0</td> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>IV</td> <td></td> <td>1</td> <td></td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	I	1	2	5		II	2	7	1	8	III	0		4	5	IV		1		2	<p>a.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombres de paquets</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>23</th> <th>46</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Nombres d'œufs</td> <td>2622</td> <td>1311</td> <td>114</td> <td>57</td> </tr> <tr> <td>Nombre de poissons</td> <td>2530</td> <td>1265</td> <td>110</td> <td>55</td> </tr> </tbody> </table> <p>b. 32 pages par cahier ; 15 et 19 cahiers</p> <p>c. $a = 120$ et les quotients sont 247 et 294</p> <p>d. $1+2+3=6$; $1+2+4+8+16+31+62+124+248=496$; 28</p> <p>e. $n + n+1 + n+2 = 3n+3 = 3(n+1)$</p> <p>f. $2n + 1 + 2p + 1 = 2n + 2n + 2 = 2(n + p + 1)$</p> <p>g. Le reste de la division de 2690549588157 par 97 est 17 donc la clé est bien 97-80=17. Le reste de la division de 1670481065027 par 97 est 61 donc la clé est bien 97-61=26.</p>	Nombres de paquets	1	2	23	46	Nombres d'œufs	2622	1311	114	57	Nombre de poissons	2530	1265	110	55
	Planches longues	Planches courtes	Petites équerres	Grandes équerres	Vis																																																														
Besoin	4	6	12	2	14																																																														
Stock	26	33	200	20	510																																																														
Possible	6,5	5,5	16,6	10	36,4																																																														
	A	B	C	D																																																															
I	1	2	5																																																																
II	2	7	1	8																																																															
III	0		4	5																																																															
IV		1		2																																																															
Nombres de paquets	1	2	23	46																																																															
Nombres d'œufs	2622	1311	114	57																																																															
Nombre de poissons	2530	1265	110	55																																																															

Parcours hors-piste

- a_s. Démontre que si a est impair alors a^2 est impair.
Dédus-en que si a^2 est pair alors a est pair.
- b_s. n est un entier naturel.
Démontre que si n est impair alors 8 divise $n^2 - 1$.
Le nombre $1 + 3^n$ est-il toujours pair ?
Démontre que $2^n + 2^{n+1}$ est divisible par 3.
- c. On considère un entier naturel n tel que $n+1$ soit divisible par 4.
Montrer que $n^2 + 3$ est également divisible par 4.
- d_s. La grand-mère de Nicolas a fait 26 crêpes. Elle demande à Nicolas de les distribuer à parts égales à chacun de ses quatre cousins présents dans la cuisine. Lorsqu'il ne pourra plus en distribuer, il gardera le reste pour lui. Après réflexion, Nicolas s'empresse d'aller chercher ses trois autres cousins dans le jardin. Pourquoi ?
- e_s. Un groupe de moins de 40 personnes doit se répartir équitablement une somme de 229 €. Il reste alors 19 €. Une autre fois, ce même groupe doit se répartir équitablement 474 € : cette fois-ci, il reste 12 €.
- Combien y a-t-il de personnes dans ce groupe ?
 - Ils décident de se répartir ce qu'il reste équitablement.
Combien chaque personne reçoit-elle en plus ?
Quelle somme auront-ils reçue au total ?
- f_s. Un terrain rectangulaire a pour dimensions 966 m et 1 008 m. Sur ses côtés, on veut planter des arbres régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres. Il doit y avoir un arbre à chaque coin du terrain.
Quel est le nombre minimum d'arbres que l'on pourra planter ?
- g_s. Une piscine rectangulaire mesure 3,36 m par 7,80 m et a une profondeur de 1,44 m. On désire la carreler avec des carreaux carrés tous identiques. Le carreleur ne veut pas faire de découpes de carreaux et préfère les grands carreaux, car ils sont plus faciles à poser. Son fournisseur a toutes les tailles de carreaux en nombre entier de centimètres.
- Quelle taille de carreaux doit-il commander ?
 - Son fournisseur vend les carreaux par lot de 100. Combien de lots doit-il commander ?
- h_s. Ci-contre, les cinq premiers nombres « triangulaires ».
- Quel est le millième ?
 - Quelle conjecture peux-tu faire lorsque tu additionnes deux nombres triangulaires consécutifs ?
Démontre-la !



- i_s. Dans cette partie, nous allons illustrer le calcul du PGCD de 18 et 22 par une figure géométrique. On commence par construire un rectangle ABCD tel que AB = 18 et BC = 22. On construit ensuite le carré ABEF. Dans la surface restante, le rectangle ECDF, on peut placer quatre carrés de côté EC. On construit ensuite le carré JLMF et on constate que la surface restante est l'intérieur d'un carré : **LKDM**.
- Chaque membre du groupe reproduit cette figure en choisissant comme unité un carreau ou 1 cm.
 - Chaque membre calcule, par la méthode des soustractions successives, le PGCD de 18 et 22.
 - Quels nombres, apparaissant dans la méthode des soustractions successives, correspondent à des longueurs sur la figure ?
 - À quelle longueur correspond le PGCD de 18 et 22 ?



De la même manière, détermine le PGCD de 12 et 45 par la méthode géométrique (sur une feuille à petits carreaux).