

# Brevet Amérique du Nord, 31 mai 2023

## Exercice 1 20 points

Les cinq situations suivantes sont indépendantes.

### Situation 1

Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 780. Aucune justification n'est attendue.

Je décompose 780

780		
390		2
195		2
65		3
13		5
1		13

$$780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$$

### Situation 2

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes est composé de quatre familles (trèfle, carreau, cœur, pique).

Chaque famille est composée de huit cartes : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as. L'expérience aléatoire consiste à tirer une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.

- Quelle est la probabilité d'obtenir le 8 de pique ? Aucune justification n'est attendue.
- Quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou un cœur ? Aucune justification n'est attendue.

Soit A : « tirer un 8 de pique »

$$p(A) = \frac{1}{32}$$

Soit B : « tirer un roi ou un cœur »

Il y a 4 rois et 8 cœurs ; il faut compter une seule fois le roi de cœur, donc cela fait 11 cartes.

$$p(B) = \frac{11}{32}$$

### Situation 3

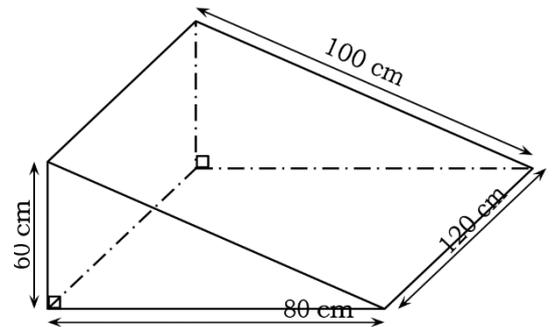
Développer et réduire l'expression  $A = (2x + 5)(3x - 4)$ .

$$A = (2x + 5)(3x - 4) = 6x^2 - 8x + 15x - 20 = 6x^2 + 7x - 20$$

### Situation 4

- Quel est le volume, en  $\text{cm}^3$ , de ce prisme droit ?
- Convertir ce résultat en litre. Rappel :  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ .

$$V = B \times H = \frac{60 \times 80}{2} \times 120 = 288\,000 \text{ cm}^3 = 288 \text{ L}$$



### Situation 5

Le polygone 2 est un agrandissement du polygone 1.

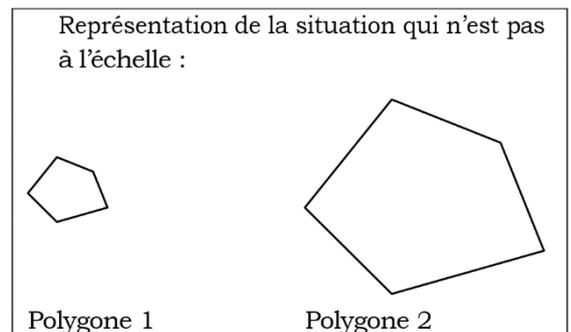
Le coefficient de cet agrandissement est 3.

L'aire du polygone 1 est égale à  $11 \text{ cm}^2$ .

Quelle est l'aire du polygone 2 ?

Le coefficient d'agrandissement est 3, donc

$$A_{\text{polygone 2}} = 3^2 \times A_{\text{polygone 1}} = 3^2 \times 11 = 99 \text{ cm}^2$$



## Exercice 2 22 points

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- $AN = 13$  cm
- $LN = 5$  cm
- $AL = 12$  cm
- $ON = 3$  cm
- appartient au segment  $[LN]$
- $H$  appartient au segment  $[NA]$

1. Montrer que le triangle  $LNA$  est rectangle en  $L$ .

Dans le triangle  $LNA$ , le plus grand côté est  $[AN]$

$$\begin{array}{l|l} AN^2 & AL^2 + LN^2 \\ = 13^2 & = 5^2 + 12^2 \\ = 169 & = 25 + 144 \\ & = 169 \end{array}$$

donc  $AN^2 = AL^2 + LN^2$  d'après la réciproque du théorème de Pythagore alors **LNA est rectangle en L**.

2. Montrer que la longueur  $OH$  est égale à  $7,2$  cm.

On a  $(AL) \perp (LN)$  et  $(HO) \perp (LN)$  donc  $(AL) \parallel (HO)$ .

Comme  $A, H, N$  et  $L, O, N$  sont alignés et comme  $(AL) \parallel (HO)$  d'après le théorème de Thalès

$$\frac{NA}{NH} = \frac{NL}{NO} = \frac{AL}{HO}$$

$$\frac{13}{NH} = \frac{5}{3} = \frac{12}{HO}$$

$$HO = \frac{3 \times 12}{5} = 7,2 \text{ cm}$$

3. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{LNA}$ .

*Donner une valeur approchée à l'unité près.*

Dans  $LNA$  rectangle en  $L$ ,

$$\cos(\widehat{LNA}) = \frac{LN}{AN}$$

$$\cos(\widehat{LNA}) = \frac{5}{13}$$

$$\widehat{LNA} = \arccos\left(\frac{5}{13}\right) \approx 67^\circ$$

4. Pourquoi les triangles  $LNA$  et  $ONH$  sont-ils semblables ?

Dans le triangle  $LNA$  ; on a  $\widehat{LAN} + \widehat{ANL} + \widehat{LAN} = 180$

donc  $\widehat{LAN} = 180 - 90 - \widehat{ANL} = 90 - \widehat{ANL}$

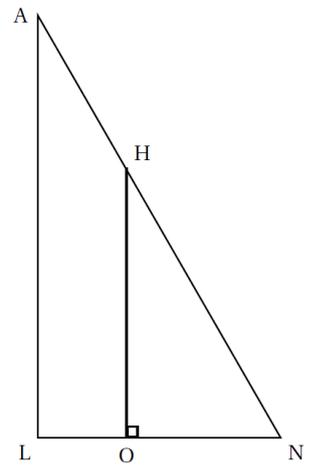
Dans le triangle  $HNO$  ; on a  $\widehat{OHN} + \widehat{HON} + \widehat{HNO} = 180$

donc  $\widehat{OHN} = 180 - 90 - \widehat{ANL} = 90 - \widehat{ANL}$

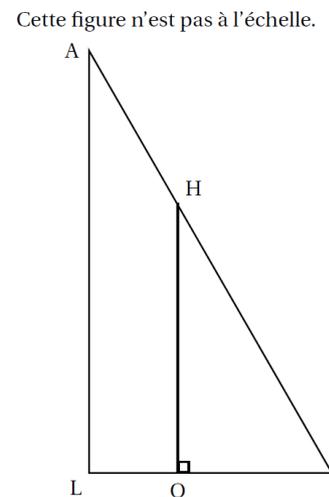
donc Dans le triangle  $LNA$  ; on a  $\widehat{LAN} + \widehat{ANL} + \widehat{LAN} = 180$

donc  $\widehat{LAN} = \widehat{OHN}$ ,  $\widehat{ALN} = \widehat{HON}$  et  $\widehat{HNO} = \widehat{ANL}$  donc **LNA et ONH sont semblables**.

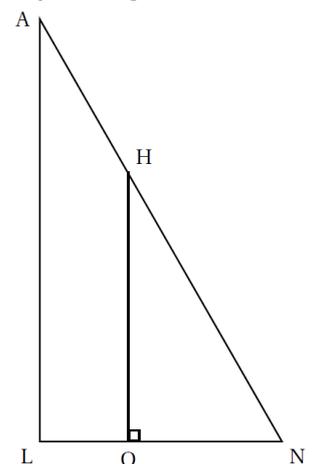
Cette figure n'est pas à l'échelle.



Cette figure n'est pas à l'échelle.



Cette figure n'est pas à l'échelle.



5.a. Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?

$$A_{LOHA} = A_{ALN} - A_{HON} = \frac{5 \times 12}{2} - \frac{3 \times 7,2}{2} = 19,2 \text{ cm}^2$$

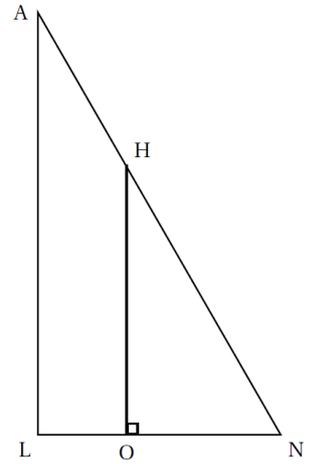
b. Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

$$A_{LNA} = \frac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{LOHA}}{A_{LNA}} = \frac{19,2}{30} = \frac{16}{25}$$

L'aire du quadrilatère LOHA représente  $\frac{16}{25}$  de celle du triangle LNA.

Cette figure n'est pas à l'échelle.

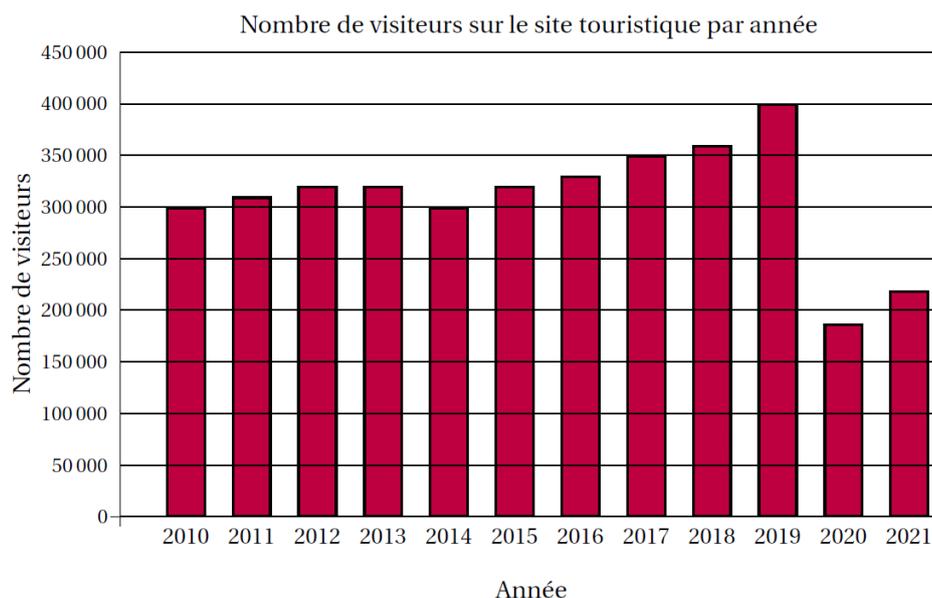


### Exercice 3 20 points

Les deux parties sont indépendantes

#### Partie A : évolution du nombre de visiteurs sur un site touristique

1. Le diagramme ci-dessous représente le nombre de visiteurs par an de 2010 à 2021 sur ce site.



a. Quel a été le nombre de visiteurs en 2010 ? *Aucune justification n'est attendue.*

Il y a eu **300 000 visiteurs** en 2010.

b. En quelle année le nombre de visiteurs a-t-il été le plus élevé ? *Aucune justification n'est attendue.*

C'est en **2019** qu'il y a eu le plus de visiteurs.

2. Le tableau ci-dessous indique le nombre de visiteurs sur le site touristique de cette ville en 2020 et en 2021 :

Année	2020	2021
Nombre de visiteurs	187 216	219 042

Le maire de cette ville avait pour objectif que le nombre de visiteurs progresse d'au moins 15% entre 2020 et 2021.

L'objectif a-t-il été atteint ?

Méthode 1	Méthode 2				
<p>Je calcule l'augmentation</p> $219\,042 - 187\,216 = 31\,826$ <p>Je calcule la hausse</p> <table border="1"><tr><td>31 826</td><td>?</td></tr><tr><td>187 216</td><td>100</td></tr></table> $? = \frac{31\,826 \times 100}{187\,216} \approx 17$ <p>La hausse est de 17% donc <b>l'objectif est atteint.</b></p>	31 826	?	187 216	100	<p>Je calcule le nombre de visiteurs après 15% de hausse</p> $187\,216 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) \approx 215\,298$ <p><b>L'objectif est atteint.</b></p>
31 826	?				
187 216	100				

## Partie B : étude des prix des hôtels de cette ville

Sur une période donnée, on relève les prix facturés pour une nuit par les hôtels de cette ville.

Prix facturés pour une nuit (en euro)	60	80	85	90	110	120	350	500
Effectif	1 200	1 350	1 000	1 100	1 200	1 300	900	300

1. Déterminer l'étendue des prix facturés.

L'étendue est  $500 - 60 = 440$  €.

2. Quelle est la moyenne des prix facturés pour une nuit ? Arrondir à l'euro près.

Je calcule la moyenne des prix

$$\frac{60 \times 1200 + 80 \times 1350 + 85 \times 1000 + 90 \times 1100 + 110 \times 1200 + 120 \times 1300 + 350 \times 900 + 500 \times 300}{1200 + 1350 + 1000 + 1100 + 1200 + 1300 + 900 + 300}$$
$$= \frac{1\,117\,000}{8\,350} \approx 134$$

Le prix moyen est d'**environ 134** €.

3. L'association des hôteliers de cette ville cherche à attirer des touristes et annonce : « Dans les hôtels de notre ville, au moins la moitié des nuits est facturée à moins de 100 € ».

Est-ce vrai ?

L'effectif total est 8 350 donc une médiane est entre la 4 175<sup>ème</sup> valeur et le 4 176<sup>ème</sup> valeur de la série ordonnée.

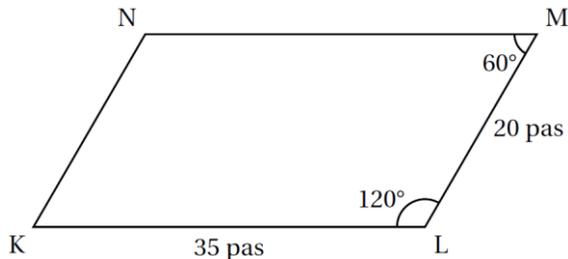
Les 1 200 premières sont facturées 60 € ; de la 1201<sup>ème</sup> à la 2 550<sup>ème</sup> sont facturées 80 € ; de la 2 551<sup>ème</sup> à la 3 550<sup>ème</sup> sont facturées 85 € ; de la 3 551<sup>ème</sup> à la 4 650<sup>ème</sup> sont facturées 90 € donc la médiane est de 90 € donc l'association des hôteliers **à raison**.

#### Exercice 4 20 points

À l'aide d'un logiciel de programmation, on veut réaliser le motif « Fleur » suivant.

1. a. Le parallélogramme KLMN ci-dessous représente un des pétales du motif « Fleur ».

Construire ce parallélogramme sur la copie en prenant 1 cm pour 5 pas.



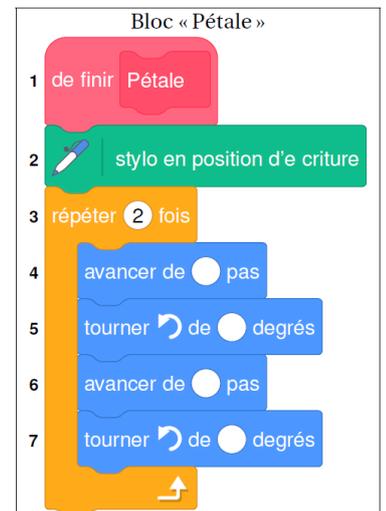
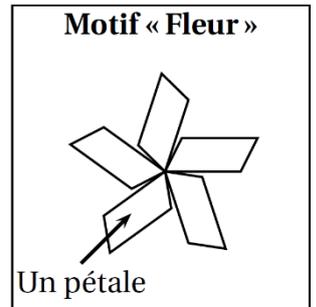
- b. On définit le bloc « Pétale » ci-contre afin de dessiner ce parallélogramme.

On commence la construction du parallélogramme au point K en s'orientant vers la droite.

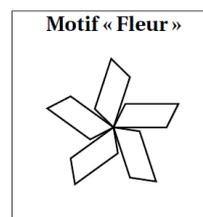
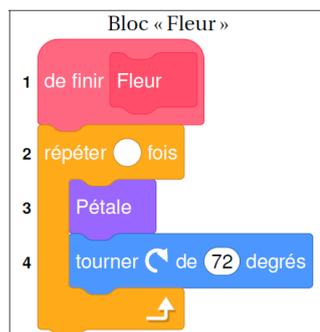
Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 4, 5, 6, et 7 du bloc « Pétale » ci-contre ?

Aucune justification n'est attendue, écrire sur la copie le numéro de la ligne du bloc « Pétale » et la valeur correspondante.

Il faut compléter les lignes par les nombres sont **35, 60, 20** et **120**.



2. Le bloc ci-dessous permet de construire un motif « Fleur » en partant de son centre.



- a. Par quelle valeur doit-on compléter la ligne 2 du bloc « Fleur » ci-dessus ?

Aucune justification n'est attendue.

Il faut répéter **5** fois.

- b. Expliquer le choix de la valeur « 72 » dans la ligne 4.

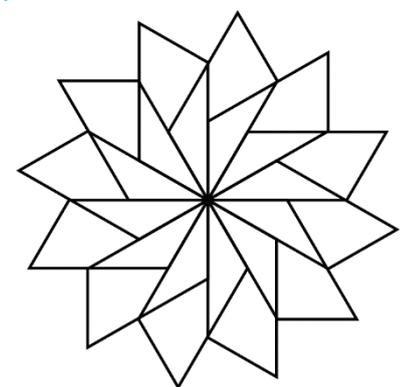
Le tour complet fait  $360^\circ$  comme il y a 5 pétales il faut les répartir régulièrement, donc l'angle est  $360 \div 5 = 72^\circ$ .

- c. On modifie le bloc « Fleur » pour construire le motif ci-contre : Quelles sont alors les modifications à apporter aux lignes 2 et 4 du bloc « Fleur » ?

Aucune justification n'est attendue.

Il y a 12 pétales donc il faut répéter **12** fois.

Le tour complet fait  $360^\circ$  comme il y a 12 pétales il faut les répartir régulièrement, donc l'angle est  $360 \div 12 = 30^\circ$ .



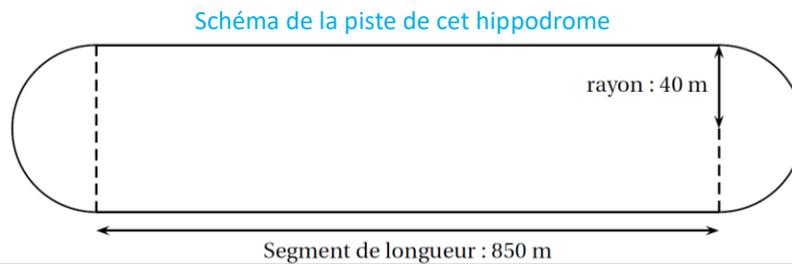
### Exercice 5 18 points

Un hippodrome est un lieu où se déroule des courses de chevaux.

On s'intéresse à la piste d'un hippodrome.

Cette piste est composée de :

- deux lignes droites modélisées par des segments de 850 mètres ;
- deux virages modélisés par deux demi-cercles de rayon 40 mètres.



1. Montrer que la longueur d'un tour de piste est d'environ 1 951 m.

Je calcule la longueur de la piste

$$2 \times 850 + 2 \times \pi \times 40 \approx 1\,951 \text{ m}$$

La longueur de piste mesure bien **environ 1 951 m**.

2. Un cheval parcourt un tour de piste en 2 min 9 s.

a. Calculer la vitesse moyenne de ce cheval sur un tour de piste en mètre par seconde (m/s).

*Donner une valeur approchée à l'unité près.*

Je calcule la vitesse moyenne

$$v = \frac{d}{t} = \frac{1\,951 \text{ m}}{2 \text{ min } 9 \text{ s}} = \frac{1\,951 \text{ m}}{129 \text{ s}} \approx 15$$

La vitesse moyenne est d'**environ 15 m/s**.

b. Convertir cette vitesse en kilomètre par heure (km/h).

Convertissons cette vitesse

Distance	Temps
15 m	1 s
? m	$1\text{h} = 3\,600 \text{ s}$

$$? = \frac{15 \times 3\,600}{1} = 54\,000 \text{ m} = 54 \text{ km}$$

La vitesse est d'environ **54 km/h**.

3. On admet que la surface de la piste a une aire d'environ 73 027 m<sup>2</sup>.

On souhaite semer du gazon sur la totalité de la surface de la piste.

On doit choisir des sacs de gazon à semer parmi les trois marques ci-dessous :

	Surface couverte par sac	Prix d'un sac
Marque A	500 m <sup>2</sup>	141,95 €
Marque B	400 m <sup>2</sup>	87,90 €
Marque C	300 m <sup>2</sup>	66,50 €

Quelle marque doit-on choisir pour que cela coûte le moins cher possible ?

*Méthode 1*

Je cherche le prix avec les différentes options

	Surface couverte par sac	Nombre de sacs nécessaire	Prix d'un sac	Prix total
Marque A	500 m <sup>2</sup>	147	141,95 €	20 865,65 €
Marque B	400 m <sup>2</sup>	183	87,90 €	16 085,70 €
Marque C	300 m <sup>2</sup>	244	66,50 €	16 226,00 €

Il faut choisir la **marque B**.

*Méthode 2*

Je cherche le prix au m<sup>2</sup>

	Surface couverte par sac	Prix d'un sac	Prix approximatif pour 1 m <sup>2</sup>
Marque A	500 m <sup>2</sup>	141,95 €	0,2839 €
Marque B	400 m <sup>2</sup>	87,90 €	0,21975 €
Marque C	300 m <sup>2</sup>	66,50 €	0,22167 €

Il faut choisir la **marque B**.