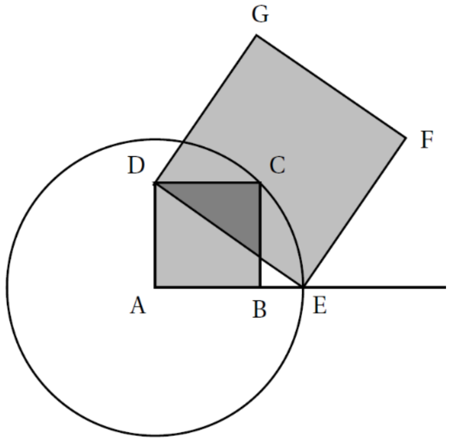
Brevet des collèges, Amérique du Nord, 7 juin 2017



Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous :

- Construire un carré ABCD ;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon [AC] ;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB) ;
- Construire un carré DEFG.

1. Sur la copie, réaliser la construction avec AB = 3 cm.

2. Dans cette question, AB = 10 cm.

a. Montrer que AC = $\sqrt{200}$ cm.

b. Expliquer pourquoi AE = $\sqrt{200}$ cm.

c. Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.

2.a. Dans ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 10^2 + 10^2$

$AC^2 = 100 + 100$

$AC^2 = 200$

AC = $\sqrt{200}$ cm

2.b. [AC] et [AE] sont des rayons du cercle, donc **AE = $\sqrt{200}$ cm**.

2.c. Dans ADE rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore

$DE^2 = AE^2 + AD^2$

$DE^2 = \sqrt{200}^2 + 10^2$

$DE^2 = 200 + 100$

$DE^2 = 300$

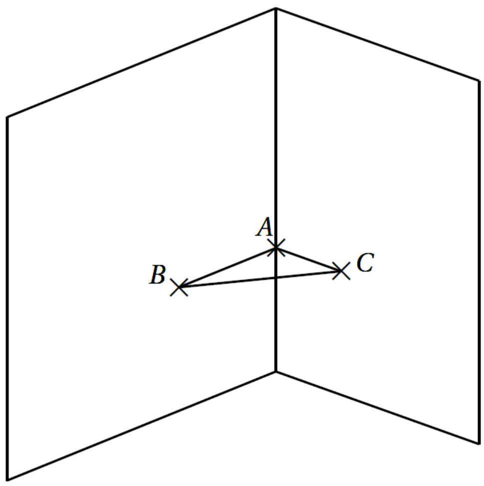
DE = $\sqrt{300}$ cm

L'aire du carré DEFG est DE^2 = 300 cm²

L'aire du carré ABCD est 10^2 = 100 cm²

L'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD

Brevet, Centres étrangers, 17 juin 2017



Un menuisier prend les mesures suivantes dans le coin d'un mur à 1 mètre au-dessus du sol pour construire une étagère ABC telle que

- AB = 65 cm ;
- AC = 72 cm
- et BC = 97 cm.

Il réfléchit quelques minutes et assure que l'étagère a un angle droit.

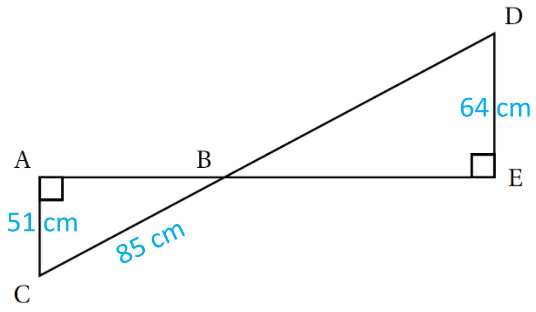
A-t-il raison ?

Si ABC était rectangle, l'hypoténuse serait [BC] car c'est le plus grand côté.

BC^2	$AB^2 + AC^2$
$= 97^2$	$= 65^2 + 72^2$
$= 9409$	$= 4225 + 5184$
	$= 9409$

Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la propriété réciproque de Pythagore, alors ABC est rectangle en A, donc le **menuisier a raison**.

Brevet des collèges, Asie, 27 juin 2017



On considère la figure ci-contre qui n'est pas représentée en vraie grandeur.
Les points A, B et E sont alignés ainsi que les points C, B et D tels que :

- AC = 51 cm
- CB = 85 cm
- DE = 64 cm

Calcule AB.

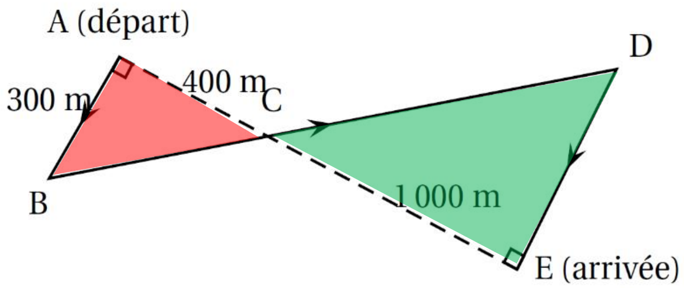
Dans ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore

$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$85^2 = AB^2 + 51^2$
$7225 = AB^2 + 2601$
$-2601 \qquad -2601$
$4624 = AB^2$
$AB = \sqrt{4624} =$ **68 cm**

Diplôme national du Brevet, Wallis et Futuna, 2 décembre 2017

Pour soutenir la lutte contre l'obésité, un collège décide d'organiser une course.
Un plan est remis aux élèves participant à l'épreuve.
Les élèves doivent partir du point A et se rendre au point E en passant par les points B, C et D.
C est le point d'intersection des droites (AE) et (BD)
La figure ci-contre résume le plan, elle n'est pas à l'échelle.
On donne AC = 400 m, EC = 1000 met AB = 300 m.

1. Calculer BC.
2. Montrer que ED = 750 m.
3. Déterminer la longueur réelle du parcours ABCDE.



1. Dans ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore

$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 300^2 + 400^2$
$BC^2 = 90000 + 160000$
$BC^2 = 250000$
$BC = \sqrt{250000} =$ **500 m**

2. Comme (AB)⊥(AE) et (DE)⊥(AE) alors (AB)//(DE).
Comme A, C, E et B, C, D sont alignés et comme (AB)//(DE), d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$$

$$\frac{300}{DE} = \frac{400}{1000} = \frac{500}{CD}$$

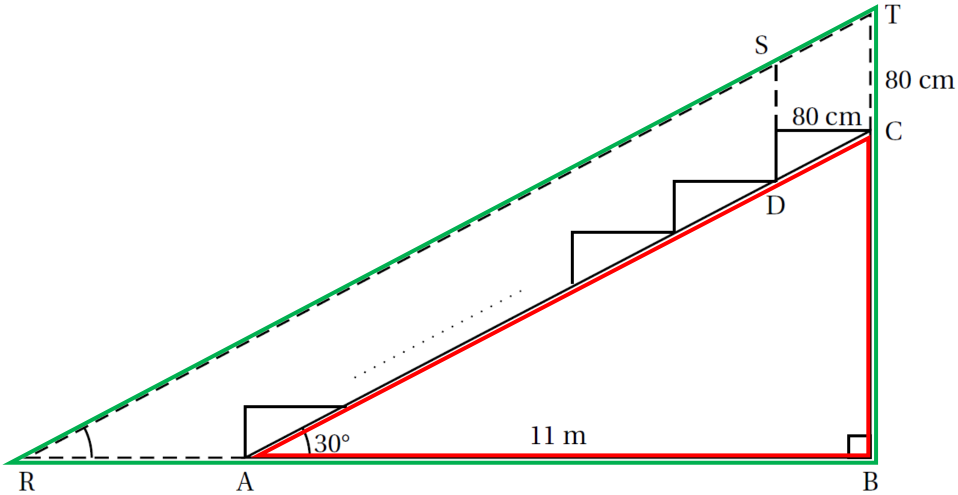
$$DE = \frac{300 \times 1000}{400} \qquad CD = \frac{500 \times 1000}{400}$$

DE = 750 m | CD = 1250 m

3. Je calcule la longueur de la course.
$300 + 500 + 1250 + 750 = 2800$
La longueur de la course est de **2800 m**.

Brevet des collèges, Polynésie, 14 septembre 2017

La figure ci-dessous représente le plan de coupe d'une tribune d'un gymnase. Pour voir le déroulement du jeu, un spectateur du dernier rang assis en C doit regarder au-dessus du spectateur placé devant lui et assis en D. Une partie du terrain devant la tribune lui est alors masquée. On considèrera que la hauteur moyenne d'un spectateur assis est de 80 cm (CT= DS= 80 cm).



Sur ce plan de coupe de la tribune :

- les points R, A et B sont alignés horizontalement et les points B, C et T sont alignés verticalement ;
- les points R, S et T sont alignés parallèlement à l'inclinaison (AC) de la tribune ;
- on considérera que la zone représentée par le segment [RA] n'est pas visible par le spectateur du dernier rang ;
- la largeur au sol AB de la tribune est de 11 m et l'angle $\widehat{BAC}$ d'inclinaison de la tribune mesure 30° ;
- la hauteur BC de la tribune mesure 6,35 m, arrondie au centième de mètre près.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BRT}$?

2. Calculer la longueur RA en centimètres. Arrondir le résultat au centimètre près.

1. Comme les angles $\widehat{BRT}$ et $\widehat{BAC}$ sont correspondants et comme (RT)//(AC) alors $\widehat{BRT}$ = $\widehat{BAC}$ = **30°**.

2. Comme B, C, T et B, A, R sont alignés et comme (AC)//(RT), d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BC}{BT} = \frac{BA}{BR} = \frac{AC}{RT}$$

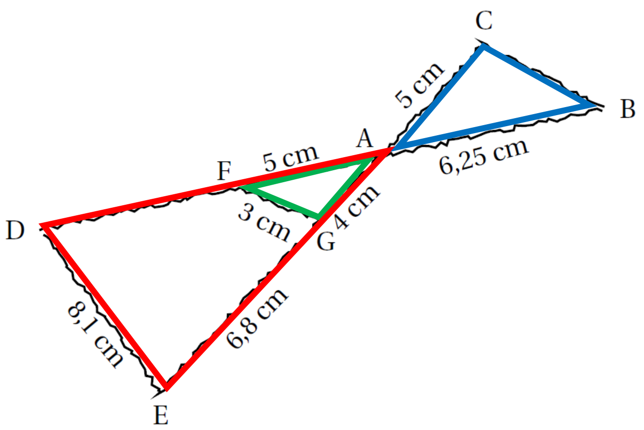
$$\frac{6{,}35}{6{,}35 + 0{,}8} = \frac{11}{BR} = \frac{AC}{RT}$$

$$BR = \frac{(6{,}35 + 0{,}8) \times 11}{6{,}35} \approx 12{,}79 \text{ m}$$

Comme A∈[AR] alors AR = BR – BA = 12,79 – 11 = **1, 79 m**

Brevet des collèges, Métropole – La Réunion – Antilles-Guyane, 14 septembre 2017

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C.
De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.
2. Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].
3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

1. Si AFG était rectangle, l'hypoténuse serait [AF] car c'est le plus grand côté.

AF^2	$AG^2 + GF^2$
$= 5^2$	$= 4^2 + 3^2$
$= 25$	$= 16 + 9$
	$= 25$

Donc $AF^2 = AG^2 + GF^2$, d'après la propriété réciproque de Pythagore, alors **AFG est rectangle en G**.

2. Comme les points D, F, A et E, G, A sont alignés et comme (DE)//(FG) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AG} = \frac{DE}{FG}$$

$$\frac{AD}{5} = \frac{4 + 6{,}8}{4} = \frac{8{,}1}{3}$$

$$AD = \frac{8{,}1 \times 5}{3} = \mathbf{13{,}5\ cm}$$

Comme $F \in [AD]$ alors DF = AD – AF = 13,5 – 5 = **8,5 cm**

3.

$\frac{AC}{AG}$	$\frac{AB}{AF}$
$= \frac{5}{4}$	$= \frac{6{,}25}{5}$
$= 1{,}25$	$= 1{,}25$

donc $\frac{AC}{AG} = \frac{AB}{AF}$ et comme F, A, B et G, A, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès, alors **(BC)//(FG)**.

Brevet des Collèges, Groupe Ouest, 2003

1. Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)$$

2. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2001 et les quatre cinquièmes du reste en 2002.

a. Quelle fraction de la propriété a été vendue en 2002 ?

b. Quelle fraction de la propriété reste invendue à l'issue des deux années ?

c. Quelle était la superficie de la propriété sachant que la partie invendue au bout des deux années représente six hectares ?

1.

$$1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)=1-\left(\frac{1\times 5}{4\times 5}+\frac{12}{20}\right)=\frac{1\times 20}{1\times 20}-\left(\frac{5}{20}+\frac{12}{20}\right)=\frac{20}{20}-\frac{17}{20}=\mathbf{\frac{3}{20}}$$

2.a. Comme il a vendu un quart en 2001, il lui restait trois quarts.

Il a vendu en 2002, quatre-cinquièmes du reste soit quatre-cinquièmes de trois-quarts soit : $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\mathbf{\frac{3}{5}}$

2.b. Au total, il a vendu $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}$ donc il lui reste $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)=\mathbf{\frac{3}{20}}$

2.c. Je cherche la superficie initiale.

Fraction	Superficie	
$\frac{3}{20}$	6 ha	$\downarrow \div 3$
$\frac{1}{20}$	2 ha	$\downarrow \times 20$
$\text{totale, soit } \frac{20}{20}$	40 ha	

La superficie était de **40 hectares**.

Exercices divers (https://cmonie.pagesperso-orange.fr/maths/index.htm)

1

Je vide 3 cinquièmes de l'évier dans une bassine.
Quelle fraction de l'évier est encore remplie ?
L'évier contenait 60 litres. Combien de litres ai-je vidé dans la bassine ?
Combien de litres d'eau y a-t-il maintenant dans l'évier ?

Comme j'ai vidé trois-cinquièmes, il reste **deux-cinquièmes** dans l'évier.
Je calcule le volume versé dans la bassine.

$$\frac{3}{5}\times 60=36$$

J'ai versé **36 litres** dans la bassine donc il reste 60 – 36 = **24 litres** dans l'évier.

2

Luc dépense le quart de sa paye du mois pour payer le loyer, et le sixième pour l'électricité.
Quelle fraction de sa paye lui reste-t-il quand il a payé le loyer et l'électricité ?
Luc touche 6 000 F par mois, calcule combien il lui reste d'argent.

Je calcule ce qu'il a dépensé.

$$\frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

Il a dépensé cinq-douzièmes donc il lui reste **sept-douzièmes**.
Je calcule combien cela représente

$$\frac{7}{12} \times 6000 = 3500$$

Il lui reste **3500 F**.

3

J'ai coupé les 7 vingtièmes et un cinquième d'une corde.
Quelle fraction de corde reste-t-il ?
La corde entière mesurait 80 mètres. Donne la longueur de chaque morceau.

Je calcule la fraction coupée.

$$\frac{7}{20} + \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{7}{20} + \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$$

J'ai coupé onze-vingtièmes donc il reste **neuf-vingtièmes**.
Je calcule la longueur de chaque morceau.

Fraction	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{5}$	Reste
Longueur	$\frac{7}{20} \times 80 = 28$	$\frac{1}{5} \times 80 = 16$	80 – 28 – 16 = 36

Les morceaux coupés mesurent **28 m** et **16 m** ; il reste **36 m**.

4

Deux enfants devant une galette :
Sylvain : "Moi j'en veux le tiers de la moitié.
Sylvie : " Et moi le quart des deux tiers. "
Qui en veut le plus ?

Je calcule la part de chacun

Enfant	Sylvain	Sylvie
Part	Le tiers de la moitié	Le quart des deux tiers
	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Ils en veulent **autant**.

5

Le grand père (amoureux des fractions !) dit à son petit-fils : " Si je calcule les trois quarts des deux neuvièmes de mon âge, je trouve exactement le tien. "
Sachant que le grand-père a soixante-dix-huit ans, quel est l'âge du petit-fils ?

Je calcule l'âge du petit fils.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} \times 78 = \frac{3}{2 \times 2} \times \frac{2}{3 \times 3} \times 78 = \frac{1}{6} \times 78 = 13$$

Le petit-fils a **13 ans**.

6

Patrice a dépensé le quart de son argent pour acheter un livre et le tiers de ce qui lui restait pour acheter un disque. Il a l'impression qu'il lui reste maintenant la moitié de l'argent dont il disposait au départ. Est-ce exact ?

Il a dépensé un tiers pour le livre, donc il lui restait deux tiers.

Il a dépense un tiers du reste soit un tiers de deux-tiers, soit : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

Je calcule ce qu'il a dépensé au total.

$$\frac{1 \times 3}{3 \times 3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Il a dépensé cinq-neuvièmes et il lui donc reste quatre-neuvièmes.

Il se trompe.

7

Une famille de trois enfants se partage un gâteau :

- le papa en prend le quart ;
- le grand frère prend le tiers de ce qui reste ;
- la maman prend la moitié de ce qui reste après les deux premiers servis ;
- le petit frère en prend comme son papa.

A ton avis, que reste-t-il pour Charlotte qui se sert en dernier ?

Je calcule la part de chacun

Personnage	Part du total	Reste
Papa	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
Grand-frère	$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
Maman	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
Petit frère	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$

Il ne reste **rien** pour Charlotte.

8

Le 1er mai, un marchand de muguet a vendu les trois quarts de ses bouquets le matin et les deux tiers du reste l'après-midi.

Finalement, quelle fraction de ses bouquets a-t-il vendue ?

Sachant qu'au départ il avait soixante bouquets, combien lui en reste-t-il le soir ?

Il a vendu trois-quarts le matin donc il reste un-quart.

Je calcule la part vendue l'après-midi

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Je calcule la part vendue le matin et l'après-midi

$$\frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

Il a vendu onze-douzièmes donc il reste **un douzième**.

9

Pour acheter une nouvelle photocopieuse, le collège décide de payer les trois quarts du prix et les parents d'élèves un cinquième de ce qui reste. Le foyer avait prévu de participer pour 20 % du prix.
Tout cela suffira-t-il pour l'acheter ?

Le collège paye trois-quarts donc il reste un quart.
Je calcule la part payée par les parents d'élèves.

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

Je calcul l'apport des 3 participants.

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} + \frac{1}{20} + \frac{20 \div 5}{100 \div 5} = \frac{15}{20} + \frac{1}{20} + \frac{4}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

Il y a **juste ce qu'il faut** pour payer la photocopieuse.

10

Patrick fait des achats. Il dépense le tiers de son argent de poche dans une librairie et le quart dans un magasin de sport. Il lui reste alors 30 F. Quelle somme avait-il avant de faire ses achats ?

Je calcule la part totale dépensée.

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Il a dépense sept-douzièmes donc il lui reste cinq-douzièmes.
Calculons la somme initiale.

Fraction	Superficie	
$\frac{5}{12}$	30 F	$\downarrow \div 5$
$\frac{1}{12}$	6 F	$\downarrow \times 12$
totale, soit $\frac{12}{12}$	72 F	

La somme initiale était de **72 F**.