

Brevet des collèges Amérique du Nord, 4 juin 2019 Exercice 7 15 points

Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVI^e siècle utilisaient souvent un type d'empilement pyramidal à base carrée, comme le montrent les dessins suivants :



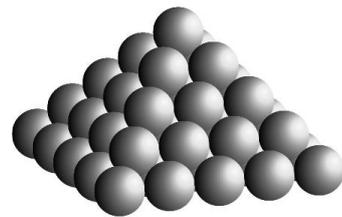
Empilement à 2 niveaux



Empilement à 3 niveaux



Empilement à 4 niveaux



Empilement à 5 niveaux

1. Combien de boulets contient l'empilement à 2 niveaux ?

Il y a $4 + 1 = 5$ boulets au niveau 2.

2. Expliquer pourquoi l'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets.

Pour l'empilement à 3 niveaux, il y a 9 boulets au sol et 5 boulets comme dans l'empilement à 2 niveaux. Cela fait un total de $9 + 5 = 14$ boulets.

3. On range 55 boulets de canon selon cette méthode.

Combien de niveaux comporte alors l'empilement obtenu ?

Pour l'empilement à 4 niveaux, il y a 16 boulets au sol et 14 boulets comme dans l'empilement à 3 niveaux. Cela fait un total de $16 + 14 = 30$ boulets.

Pour l'empilement à 5 niveaux, il y a 25 boulets au sol et 30 boulets comme dans l'empilement à 4 niveaux. Cela fait un total de $30 + 25 = 55$ boulets.

C'est donc l'empilement au niveau 5 qui a 55 boulets.

4. Ces boulets sont en fonte ; la masse volumique de cette fonte est de $7\,300 \text{ kg/m}^3$.

On modélise un boulet de canon par une boule de rayon 6 cm.

Montrer que l'empilement à 3 niveaux de ces boulets pèse 92 kg, au kg près.

Rappels :

- volume d'une boule = $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{rayon}$.
- une masse volumique de $7\,300 \text{ kg/m}^3$ signifie que 1 m^3 pèse 7 300 kg.

Je calcule le volume d'un boulet.

$$V_{1 \text{ boulet}} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{rayon} = \frac{4}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 6 = 288 \pi \text{ cm}^3$$

Je calcule le volume des 14 boulets de l'empilement à 3 niveaux.

$$V_{14 \text{ boulets}} = 14 \times 288 \pi = 4032 \pi \text{ cm}^3$$

Je calcule la masse de ces boulets.

| Volume | Masse |
|--|----------|
| $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ | 7 300 kg |
| $4032 \pi \text{ cm}^3$ | ? kg |

$$? = \frac{4032 \pi \times 7\,300}{1\,000\,000} \approx 92$$

La masse totale est d'environ 92 kg.