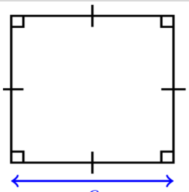
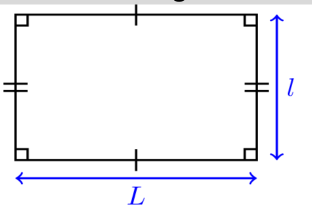
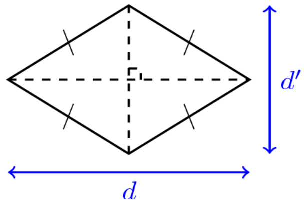
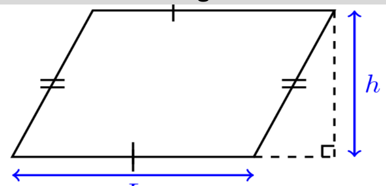
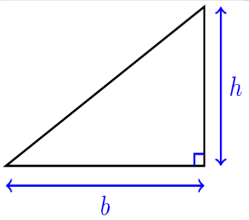
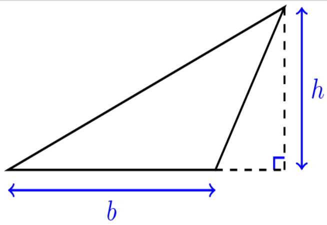
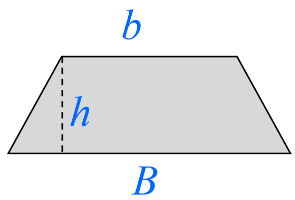
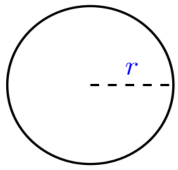
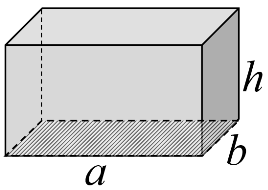
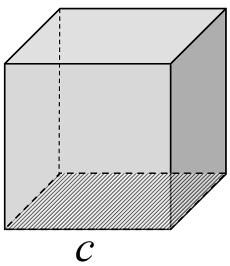
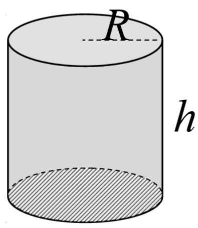
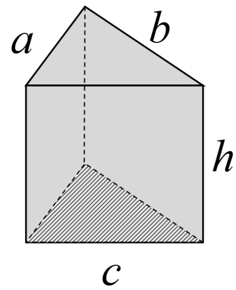
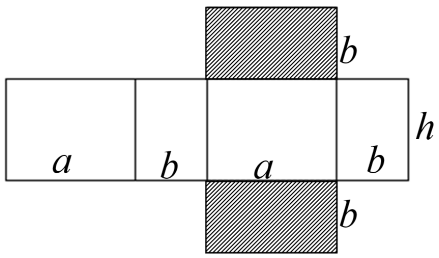
## I – Rappel sur les aires

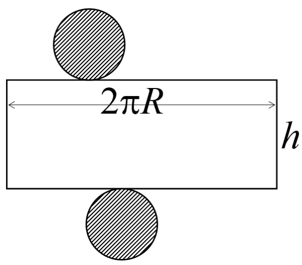
| Carré | Rectangle | Losange | Parallélogramme |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| A = $c^2$ | A = $L \times l$ | A = $d \times d' \div 2$ | A = $L \times h$ |

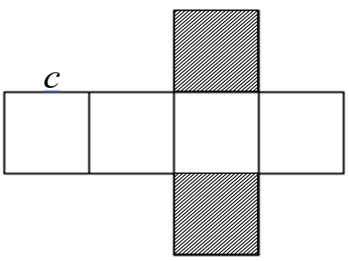
| Triangle rectangle | Triangle quelconque | Trapèze | Disque |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| $\mathbf{A} = \dfrac{\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$ | | $\mathbf{A} = \dfrac{(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$ | A = $\pi \times r^2$ |

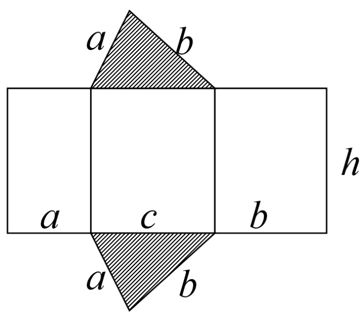
## II – La famille des prismes

| Parallélépipède rectangle<br>Pavé droit | Cube | Cylindre | Prisme droit |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| ♥ Volume = Aire de la base × hauteur | | | |
| V = $a \times b \times h$ | V = $c \times c \times c = c^3$ | V = $\pi \times R^2 \times h$ | V = aire triangle × $h$ |

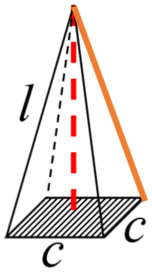
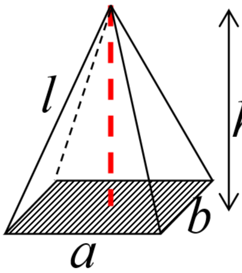
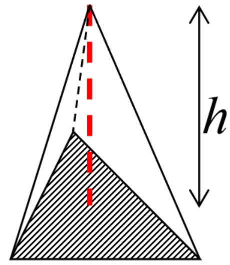
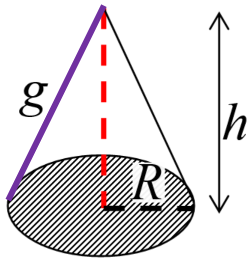


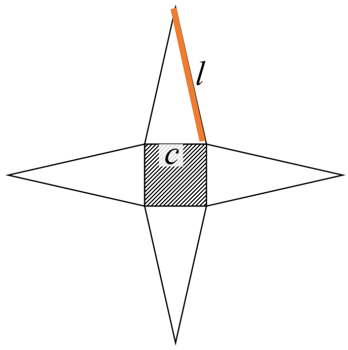



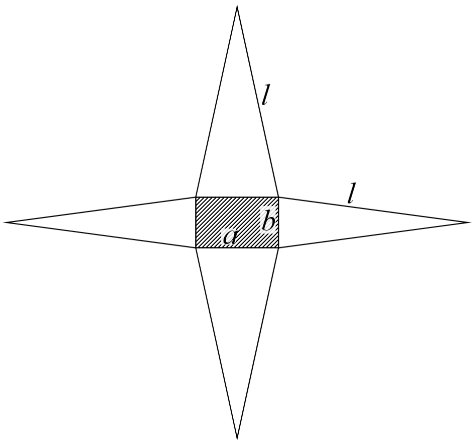



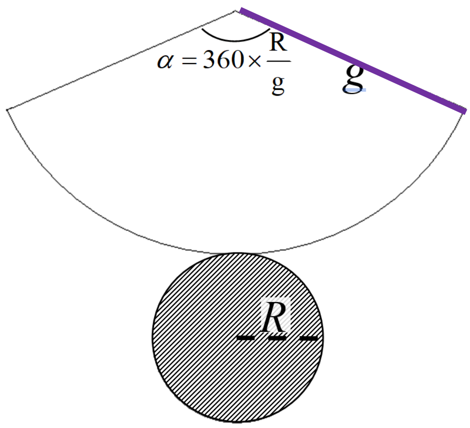



## III – La famille des pyramides

| Pyramide régulière | Pyramide | Tétraèdre | Cône |
|---|---|---|---|
|   |   |   |   |
| ♥ Volume $= \dfrac{\text{Aire de la base } \times \text{hauteur}}{3}$ | | | |
| $\mathbf{V} = \dfrac{c^2 \times h}{3}$ | $\mathbf{V} = \dfrac{a \times b \times h}{3}$ | $\mathbf{V} = \dfrac{\textit{aire triangle} \times h}{3}$ | $\mathbf{V} = \dfrac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ |



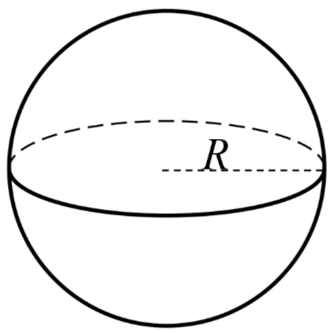




## IV – La boule et la sphère

**Définition**

La *boule* est l'intérieur.

La *sphère* est l'extérieur, l'enveloppe



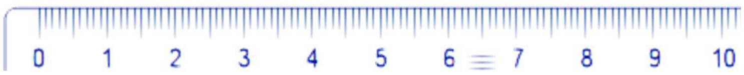

**Formules**

**Volume** $= \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ **Aire** $= 4 \times \pi \times R^2$

## V – Conversions

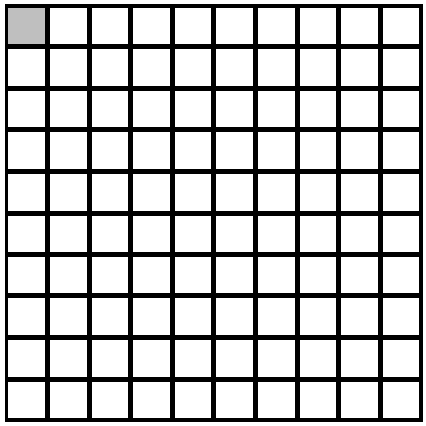
### Longueurs

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 1 | 0 |
| | | | | | | |
| | | | | | | |




### Aires

| km² | | hm² | | dam² | | m² | | dm² | | cm² | | mm² | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ha | | *a* | | *ca* | | | | | | |
| | | | | | | | 1 | 0 | 0 | | | | |
| | | | | | 3 | 5 | 0 , | | | | | | |
| | | 7 | 0 | | | | | | | | | | |

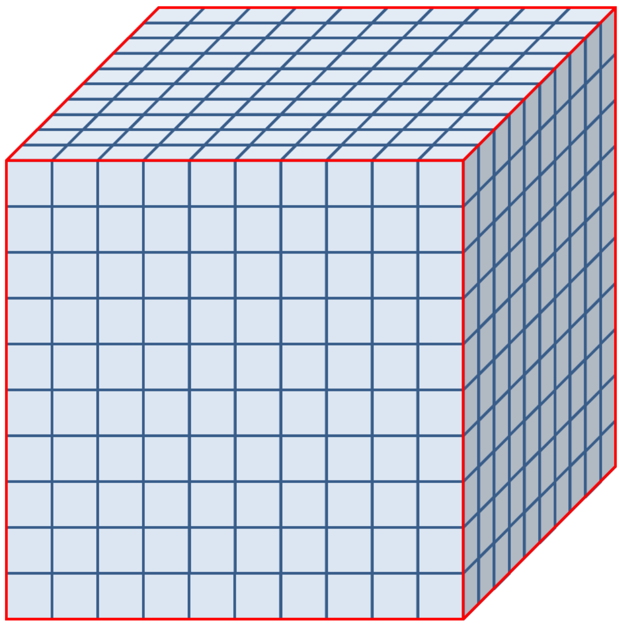


1 ha se lit « un hectare »
1 a se lit « un are »
1 ca se lit « un centiare »

### Volumes

| | | km³ | | | hm³ | | | dam³ | | | m³ | | | dm³ | | | cm³ | | | mm³ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | | | | | | | | | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 1 | 5, | 3 | 4 | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | 2, | 4 | 5 | 4 | | | |

1 dm$^3$ = 1L



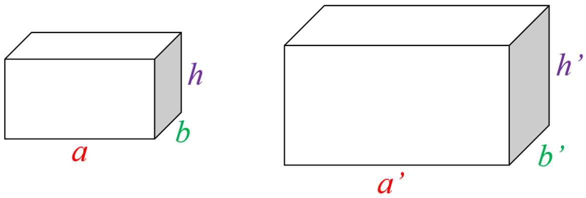
## VI – Agrandissements / réductions

**Propriété** admise

Si une figure est un agrandissement (ou une réduction) d'une autre figure de rapport k :

- les distances sont multipliées par k,
- les aires sont multipliées par $k^2$,
- les volumes sont multipliés par $k^3$.

**Démonstration** dans le cas des pavés droits.




Si le pavé de droite est un agrandissement du pavé gauche de coefficient $k$, alors on a :

$a' = k \times a$, $b' = k \times b$, et $h' = k \times h$.

Le volume du pavé de gauche est $V = a \times b \times h$

Le volume du pavé de droite est $V' = a' \times b' \times h'$

$V' = a' \times b' \times h' = k \times a \times k \times b \times k \times h = k^3 \times a \times b \times h = k^3 \times V$

**Comment** calculer le coefficient d'agrandissement-réduction ?

1. On repère une distance connue sur les 2 solides.
2. On calcule le coefficient par la formule :

$$\mathbf{k} = \frac{\textit{distance sur le solide d'arrivée}}{\textit{distance correspondante sur le solide de départ}}$$

Pour trouver le coefficient d'agrandissement-réduction, on repère une longueur connue sur le solide de départ et sur le solide d'arrivée.

__**Exemple**__ 1

*On donne une pyramide régulière de base ABCD et de sommet S.*

*On donne AB = 12 cm et OS = 21cm.*

*1°) Calculer le volume de SABCD.*

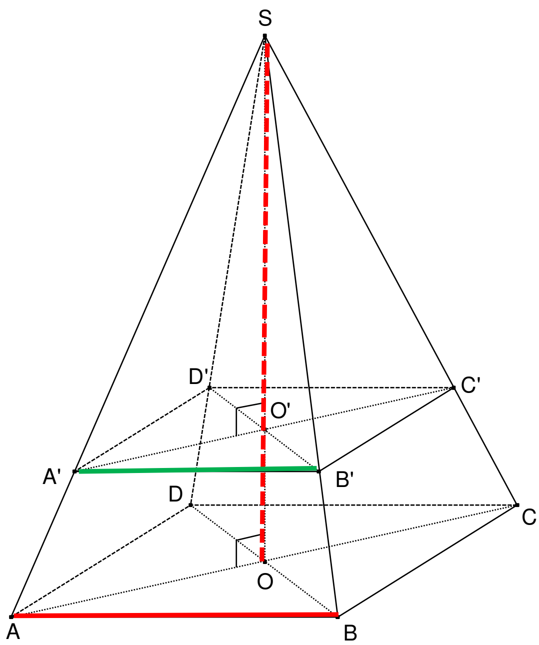
*2°) On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base ABCD.*

*On obtient une réduction SA'B'C'D'.*

*On donne A'B' = 9 cm.*

*Calculer le rapport de réduction.*

*En déduire le volume de SA'B'C'D'.*




1°) Soit V le volume de SABCD.

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{AB \times BC \times SO}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{12 \times 12 \times 21}}{\mathbf{3}} = \mathbf{1008}$$

Le volume de la pyramide SABCD est $\boxed{1008 \text{ cm}^3}$.

2°) Soit k le coefficient de réduction de SABCD vers SA'B'C'D'.

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{A'B'}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \mathbf{0,75}$$

Soit V' le volume de SA'B'C'D'.

$$\mathbf{V'} = \mathbf{k^3 \times V} = \left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\right)^{\mathbf{3}} \times \mathbf{1008} = \mathbf{425,25}$$

Le volume de SA'B'C'D' est $\boxed{425,25 \text{ cm}^3}$.

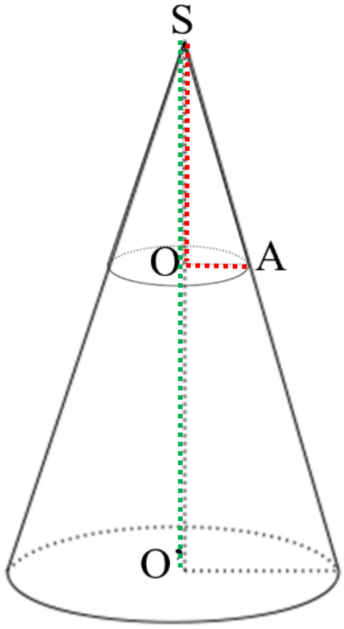
**Exemple** 2

*Sur la figure suivante, on donne les informations suivantes :*

- *SO = 6 cm*
- *AO = 5 cm*
- *SO' = 15 cm.*

*Calculer le volume du grand cône.*

*On donnera le volume en litre, arrondi au millilitre près.*




Soit V le volume du petit cône.

$$\mathbf{V} = \frac{\pi \times \mathbf{R}^2 \times \mathbf{h}}{3} = \frac{\pi \times \mathbf{OA}^2 \times \mathbf{OS}}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 6}{3} = \mathbf{50\pi\ cm^3}$$

Soit k le coefficient d'agrandissement du petit vers le grand cône.

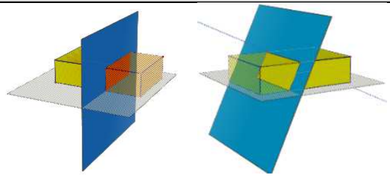
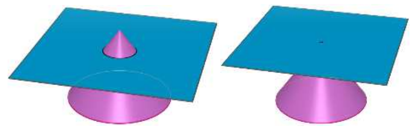
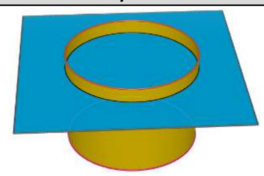
$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{SO'}}{\mathbf{SO}} = \frac{15}{6} = \mathbf{2,5}$$

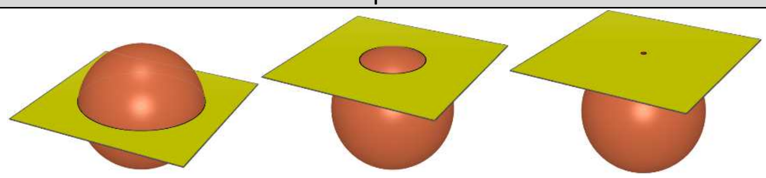
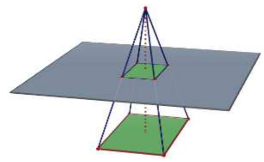
Soit V' le volume du grand cône.

$$\mathbf{V'} = \mathbf{k^3} \times \mathbf{V} = \mathbf{2,5^3} \times \mathbf{50\pi} = \mathbf{781,25\pi}$$

Le volume du grand cône est $\boxed{781{,}25\pi} \approx 2454\ cm^3 = \boxed{2{,}454\ L}$.

## VII – Sections

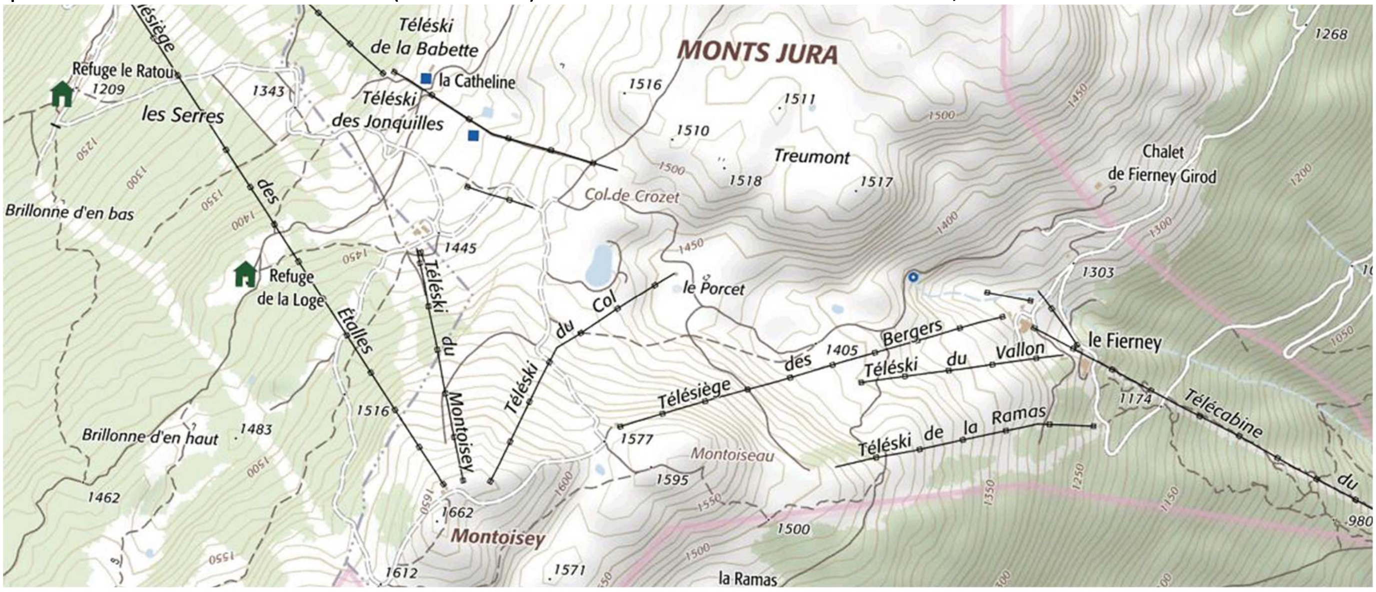
| Le pavé droit | Le cône | Le cylindre |
|---|---|---|
|  |  |  |

| La sphère | La pyramide |
|---|---|
|  |  |

**Courbes de niveau**

Pour une carte géographique, on sectionne la terre par des sphères de rayons différents correspondants à des altitudes différentes.

Par exemple, on sectionne par une sphère de rayon 1 500 m de plus que le rayon terrestre. On visualise ainsi tous les points étant à la même altitude (ici 1 500 m). On obtient des courbes de niveau, distantes ici de 10 m.




https://www.geoportail.gouv.fr/

## VIII – Repérage

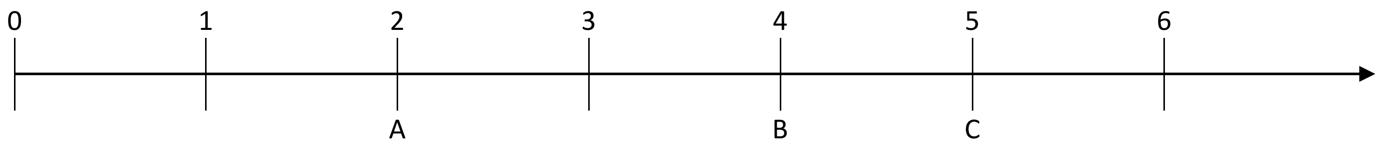
### Avec 1 dimension

Pour se repérer, on a besoin de 2 points :

- l'origine (souvent le point O)
- l'unité (souvent le point I, ou le nombre 1).

On appelle *droite graduée*, une droite sur laquelle on a placé une origine et une unité.


Pour graduer la droite, il faut reporter l'unité.




Au lieu de parler de droite graduée, on pourra aussi parler d'axe gradué.

Lorsque l'on place un point sur une droite graduée, le nombre correspondant à ce point est appelé l'affixe de ce nombre.

Certaines fois on emploiera le mot abscisse.

L'affixe de A est 2 ; on notera A(2).
L'abscisse de B est 4.
Le nombre 4 est l'affixe du point B.
Le point C a pour affixe 5.

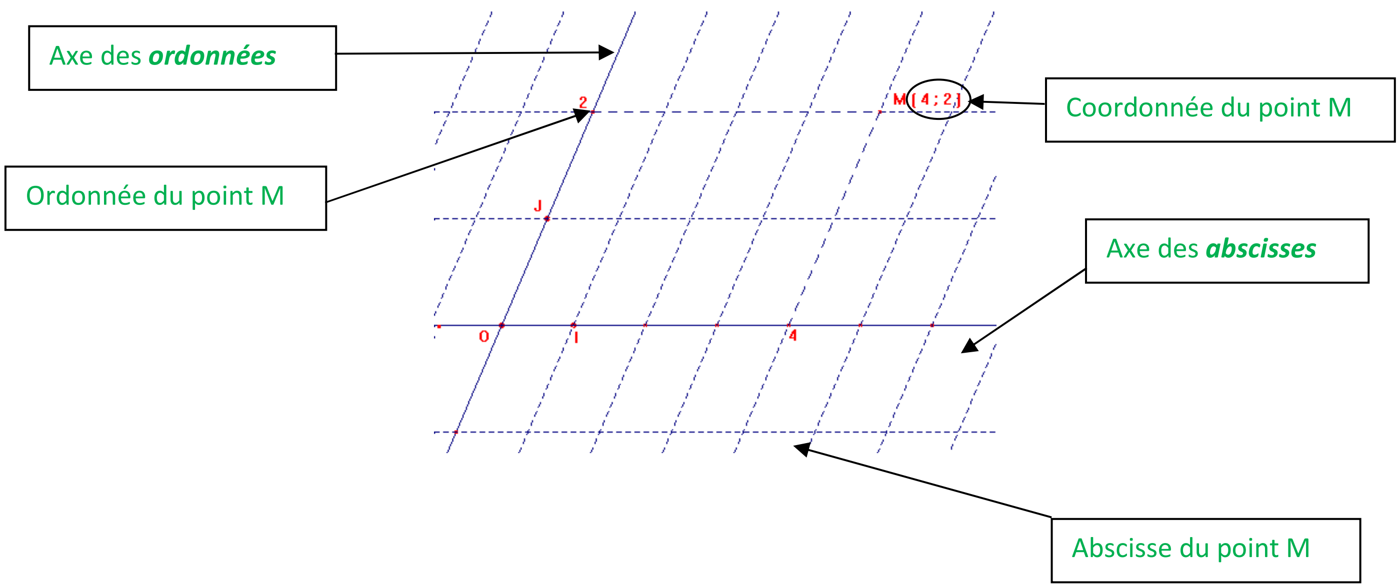
### Avec 2 dimensions

Pour définir un repère, il faut donner 3 points non alignés :

- un point qui donne l'origine du repère
- un point qui donne l'unité sur l'axe des abscisses
- un point qui donne l'unité sur l'axe des ordonnées.

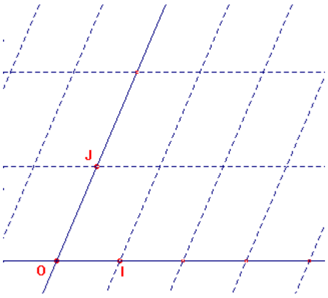
Le repère (O ; I ; J) est un repère pour lequel :

- est l'origine du repère
- I donne l'unité sur l'axe des abscisses
- J donne l'unité sur l'axe des ordonnées.



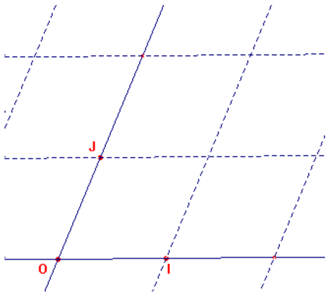
Le repère (O ; I ; J) est dit *quelconque* si

- ses axes ne sont pas perpendiculaires
- les unités ne sont pas les mêmes sur les deux axes.




Le repère (O ; I ; J) est dit *normé* ou *normal* si :

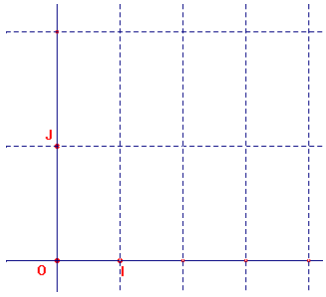
- OI = OJ




Même unité sur les deux axes.

Le repère (O ; I ; J) est dit *orthogonal* si :

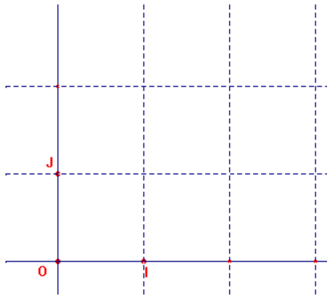
- (OI) ⊥ (OJ)




Axes perpendiculaires.

Le repère (O ; I ; J) est dit *orthonormé* ou *orthonormal* si :

- OI = OJ
- (OI) ⊥ (OJ)




Axes perpendiculaires
Même unité sur les deux axes.

**Avec 3 dimensions**

Pour définir un repère, il faut donner 4 points non alignés :

- un point qui donne l'origine du repère
- un point qui donne l'unité sur l'axe des abscisses
- un point qui donne l'unité sur l'axe des ordonnées.
- un point sur l’axe des hauteurs.

Le repère (O ; I ; J ; K) est un repère pour lequel :

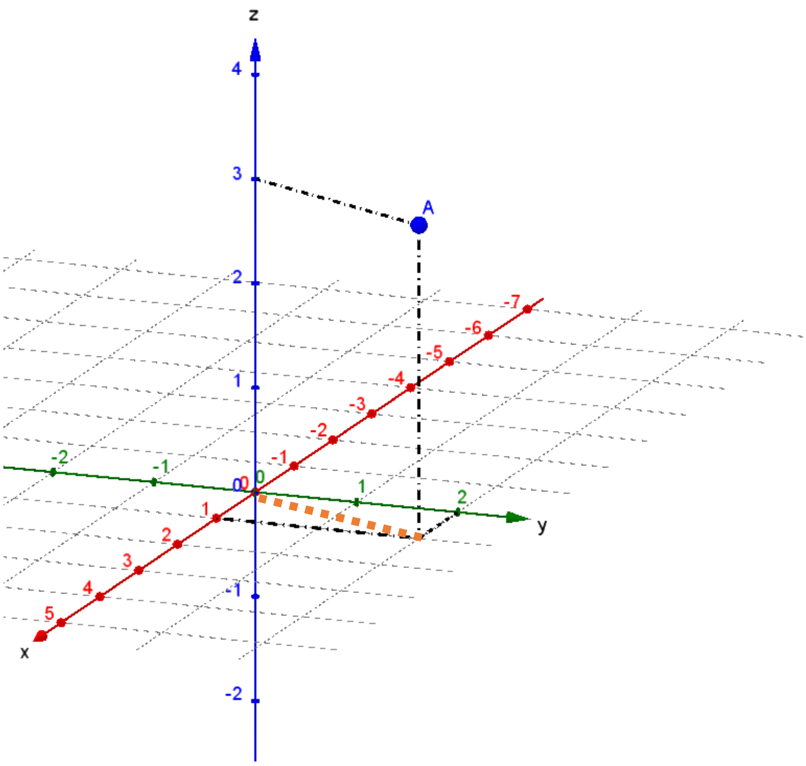
- est l'origine du repère
- I donne l'unité sur l'axe des abscisses
- J donne l'unité sur l'axe des ordonnées
- K donne l’unité sur l’axe des hauteurs.

Pour se repérer dans l’espace, on « projette » le point sur le plan « horizontal ».

On commence par donner les coordonnées de ce point sur le plan en traçant les parallèles aux axes du plan de base ; ici on obtient 1 et 2 ; les cordonnées de ce point sont (1 ; 2).

On relie de point à l’origine du repère puis on trace la parallèle qui passe par A ; cette parallèle coupe l’axe des hauteurs qui indique alors la hauteur du point ; ici c’est 3.

Le point A a pour coordonnées : A(1 ; 2 ; 3).



**Avec 3 dimensions, sur une sphère** par exemple la Terre

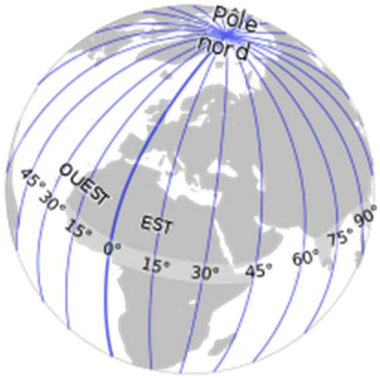
Sur une sphère, il suffit de donner deux nombres pour situer un point car on ne donne pas le troisième (qui correspondrait à l'altitude).

On va donc réaliser un « quadrillage » sur la sphère.

On va commencer par tracer des demi-cercles reliant les deux pôles ; on obtiendra les *méridiens*.

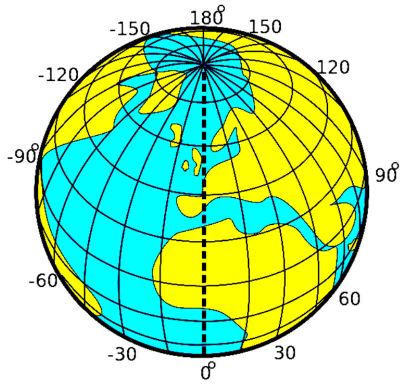
On va d'abord choisir un méridien particulier : celui qui passe par l'observatoire royal de Greenwich à proximité de Londres. Ce méridien coupe l'équateur en point qui sera l'origine de la graduation.

On gradue l'équateur de 0 à 180° vers l'Est et de 0 à 180° vers l'Ouest.




On va ensuite tracer les sections de la sphère par des plans parallèles à l'équateur ; on obtiendra des *parallèles*.

On gradue le méridien de Greenwich de 0 à 90° vers le Nord et de 0 à 90° vers le Sud.



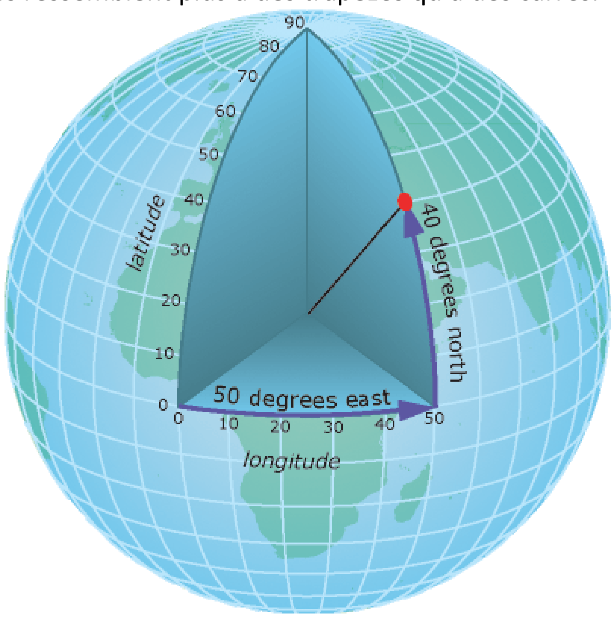

Les parallèles sont tous parallèles.
Les méridiens se coupent tous aux pôles Nord et Sud.
Les parallèles et les méridiens sont perpendiculaires.

Cela donne donc un quadrillage pour lequel les mailles ressemblent plus à des trapèzes qu'à des carrés.

Pour repérer un point sur la Terre, on donne d'abord le parallèle sur lequel on se trouve.
Par exemple : 40° Nord. On appelle cela la latitude.

On donne ensuite le méridien. Par exemple : 50° Est. On appelle cela la longitude.

On dira que les coordonnées sont 40°N et 50°E.




Les logiciels de cartographie disponibles directement sur internet (google map, google earth, geoportail …) permettent d'obtenir facilement les coordonnées d'un lieu sur la Terre.

Par exemple, les coordonnées de la salle de classe sont : 46°14'51.0"N 6°01'51.2"E.