

DM 11F

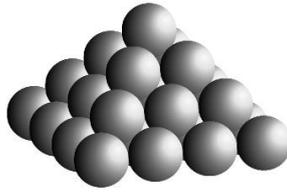
Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVI^e siècle utilisaient souvent un type d'empilement pyramidal à base carrée, comme le montrent les dessins suivants :



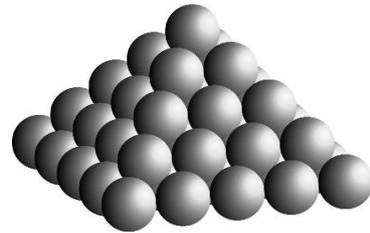
Empilement
à 2 niveaux



Empilement à 3 niveaux



Empilement à 4 niveaux



Empilement à 5 niveaux

1. Combien de boulets contient l'empilement à 2 niveaux ?
2. Expliquer pourquoi l'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets.
3. On range 55 boulets de canon selon cette méthode. Combien de niveaux comporte alors l'empilement obtenu ?
4. Ces boulets sont en fonte ; la masse volumique de cette fonte est de $7\,300\text{ kg/m}^3$.
On modélise un boulet de canon par une boule de rayon 6cm.
Montrer que l'empilement à 3 niveaux de ces boulets pèse 92kg, au kg près.

Rappels :

- $\text{volume d'une boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{rayon}$
- $\text{une masse volumique de } 7\,300\text{ kg/m}^3 \text{ signifie que } 1\text{ m}^3 \text{ pèse } 7\,300\text{ kg.}$

1. Il y a $2 \times 2 = 4$ boulets sur le sol et 1 boulet au-dessus. Au total, il y a $4 + 1 = \boxed{5 \text{ boulets}}$.
2. Il y a $3 \times 3 = 9$ boulets sur le sol. Au-dessus, il y a autant de boulets que dans le niveau 2, soit 5 boulets. Au total, il y a $9 + 5 = \boxed{14 \text{ boulets}}$.
3. Au niveau 4, il y a $4 \times 4 = 16$ boulets sur le sol. Au-dessus, il y a autant de boulets que dans le niveau 3, soit 14 boulets. Au total, il y a $16 + 14 = 30$ boulets.
 Au niveau 5, il y a $5 \times 5 = 25$ boulets sur le sol. Au-dessus, il y a autant de boulets que dans le niveau 4, soit 30 boulets. Au total, il y a $25 + 30 = 55$ boulets.
 C'est donc le **niveau 5** qui comporte 55 boulets.

4. Je calcule le volume d'un boulet :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$$

Je calcule le volume total des boulets :

$$14 \times 288\pi = 4032\pi \approx 12\,667 \text{ cm}^3$$

Je calcule la masse des boulets

Volume	1 m ³	1 000 dm ³	1 000 000 cm ³	4032π cm ³
Masse	7 300 kg	7 300 kg	7 300 kg	?

$$? = \frac{7\,300 \times 4\,032\pi}{1\,000\,000} \approx 92$$

La masse des boulets est d'**environ 92 kg**.