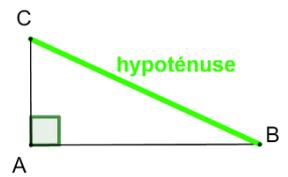


Triangles rectangles : PYTHAGORE

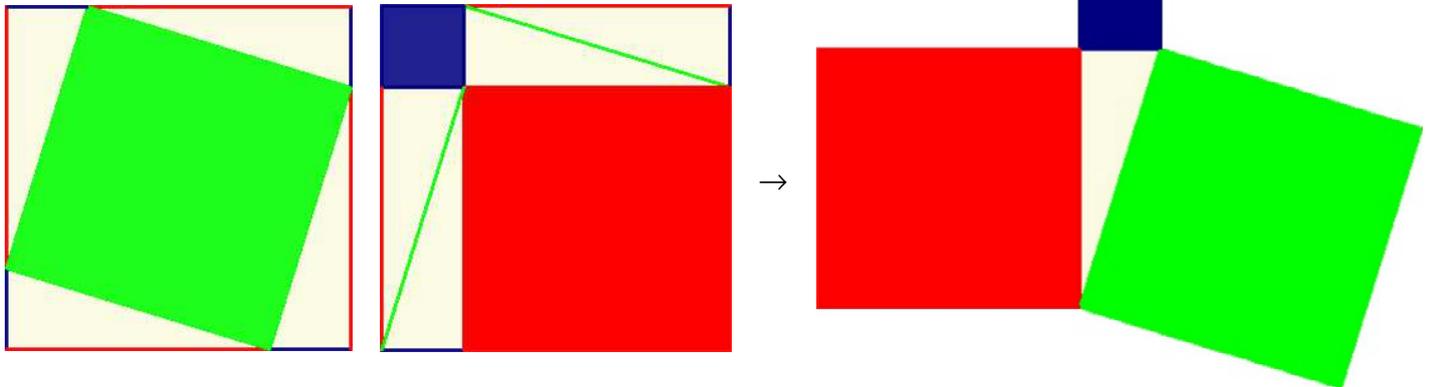
Définition

Dans un triangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé l'*hypoténuse*.



Remarque

C'est le plus grand côté du triangle rectangle.



Théorème de Pythagore admis

- Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
- Si ABC un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

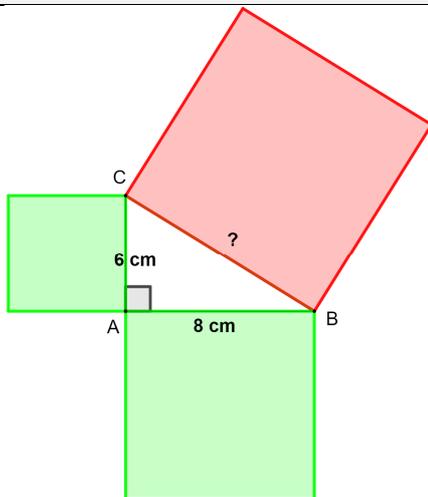
⚠ Cette propriété ne s'applique que dans les triangles rectangles.

Exemples

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que

- $AB = 6$ cm
- $AC = 8$ cm

Calcule BC.



Dans ABC rectangle en A,
d'après le théorème de Pythagore

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

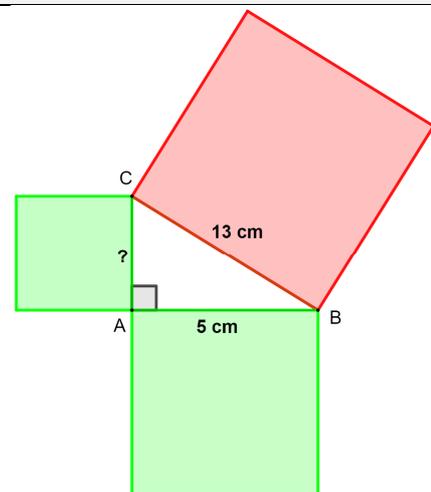
$$BC^2 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que

- $AB = 5$ cm
- $BC = 13$ cm

Calcule AC.



Dans ABC rectangle en A,
d'après le théorème de Pythagore

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$13^2 = 5^2 + AC^2$$

$$169 = 25 + AC^2$$

$$- 25 \quad - 25$$

$$144 = AC^2$$

$$AC = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Exemple avec valeur approchée

Soit ABC un triangle rectangle tel que $AB = 4 \text{ cm}$ et $AC = 5 \text{ cm}$.

Calcule BC.

Dans ABC rectangle en A,

d'après le théorème de Pythagore

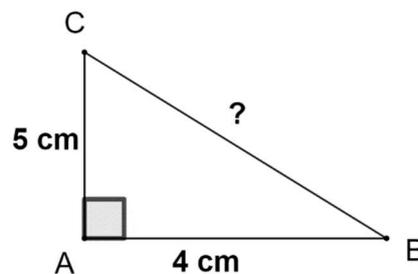
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 4^2 + 5^2$$

$$BC^2 = 16 + 25$$

$$BC^2 = 41$$

$$BC = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ cm}$$



Utilisation de la calculatrice

CASIO FX92	TI collègue
Pour calculer $6^2 + 8^2$, je tape	
6 $\square{x^2}$ + 8 $\square{x^2}$ \square{EXE}	6 $\square{x^2}$ + 8 $\square{x^2}$ =
CASIO FX92	TI collègue
Pour calculer $\sqrt{100}$, je tape	
$\square{SECONDE}$ $\square{x^2}$ 100 \square{EXE}	$\square{SECONDE}$ $\square{x^2}$ 100 =

Propriété réciproque de Pythagore admise

- Dans un triangle, si le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle est rectangle.
- Soit ABC un triangle.
Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle est rectangle et [BC] est l'hypoténuse, le triangle est rectangle en A.

Propriété contraposée de Pythagore admise

- Dans un triangle, si le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle.
- Soit ABC un triangle.
Si [BC] est le plus grand côté et $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ alors le triangle n'est pas rectangle.

Exemples

Prouver qu'un triangle est rectangle.	Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle.
Soit ABC un triangle tel que $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$ et $AC = 5 \text{ cm}$.	Soit ABC un triangle tel que $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$ et $AC = 6 \text{ cm}$.
Quelle est la nature de ABC ?	Quelle est la nature de ABC ?
Si ABC était rectangle, l'hypoténuse serait [AC] car c'est le plus grand côté.	Si ABC était rectangle, l'hypoténuse serait [BC] car c'est le plus grand côté.
$\begin{array}{l l} AC^2 & AB^2 + BC^2 \\ = 5^2 & = 3^2 + 4^2 \\ = 25 & = 9 + 16 \\ & = 25 \end{array}$	$\begin{array}{l l} BC^2 & AB^2 + AC^2 \\ = 7^2 & = 5^2 + 6^2 \\ = 49 & = 25 + 36 \\ & = 61 \end{array}$
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la propriété réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en B (car [AC] est l'hypoténuse).	Donc $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ d'après la contraposée de Pythagore alors ABC n'est pas rectangle .