

# PUISSANCES de 10

## Définition

Le nombre noté  $a^n$  qui se lit « a exposant n » est le produit de n facteurs tous égaux à a.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

## Exemples

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \quad 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 \quad (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

## Remarques

$a^2$  se lit "a exposant 2" ou "a au carré"

$a^3$  se lit "a exposant 3" ou "a au cube"

## Astuce

La règle des signes s'applique pour le calcul des puissances.

Le signe de  $a^n$  est positif si :

- a est positif
- ou a est négatif et n est pair (0, 2, 4, 6, 8, 10 ...).

Le signe de  $a^n$  est négatif si : a est négatif et n est impair (1, 3, 5, 7, 9, 11 ...).

## Exemples

$4^5$  est positif

$(-4)^5$  est négatif car il y a 5 facteurs négatifs.

$(-10)^8$  est positif car il y a 8 facteurs négatifs.

## Application

Parcours vert

## Propriété de priorité opératoire - admise

Pour calculer une expression numérique, on procède selon l'ordre suivant :

1. On calcule l'intérieur des parenthèses. Si des parenthèses sont imbriquées (l'une dans l'autre), on commence par celles qui sont le plus à l'intérieur.
2. On calcule les puissances.
3. On effectue les multiplications et divisions.
4. On termine toujours par les additions et soustractions.

## Exemple

$$\begin{aligned} & 4 \times 5^2 \times (5 - 4 \times 3) \\ &= 4 \times 5^2 \times (5 - 12) \\ &= 4 \times 5^2 \times (-7) \\ &= 4 \times 25 \times (-7) \\ &= 100 \times (-7) \\ &= -700 \end{aligned}$$



Attention à la position du signe "-" dans le calcul des puissances

$$(-2)^4 = 16 \text{ car } (-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

$$-2^4 = -16 \text{ car } -2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

La puissance est prioritaire sur le signe "-" qui correspond à une soustraction.

On calcule d'abord la puissance.

## Application

Parcours vert

**Propriété 1** - admise

$$x^a \times x^b = x^{a+b}$$

S'il y a le même nombre en bas, on additionne les puissances

**Exemples**

$$2^3 \times 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10}$$

$$3^4 \times 3^7 = 3^{4+7} = 3^{11}$$

$$(-2)^3 \times (-2)^7 = (-2)^{3+7} = (-2)^{10}$$

**"Justification"**

$$2^3 \times 2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{3+7} = 2^{10}$$

⚠ Attention à la consigne car on peut attendre deux résultats différents.

**Calcule**

$$2^3 \times 2^5 = 8 \times 32 = 256$$

Le résultat est un nombre (entier ou décimal) ou une fraction

**Mettre  $2^3 \times 2^5$  sous la forme d'une seule puissance**

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

Le résultat est **une** puissance

**Propriété 2** - admise

$$x^a \times y^a = (x \times y)^a$$

S'il y a le même nombre en haut, on multiplie les nombres du « bas »

**Exemples**

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3$$

$$3^5 \times 7^5 = (3 \times 7)^5 = 21^5$$

**"Justification"**

$$\begin{array}{r} 2^3 \\ \times 5^3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \times & 2 \\ \times 5 & & \times 5 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 10 & \times & 10 \\ \hline \end{array} = 10^3$$

**Propriété 3** - admise

$$(x^a)^b = x^{a \times b}$$

Si les puissances sont imbriquées, on multiplie les exposants.

**Exemples**

$$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

$$((-3)^2)^4 = (-3)^{2 \times 4} = (-3)^8$$

**"Justification"**

$$(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{12}$$

**Remarque**

← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —	← ÷ 2 —
— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →	— × 2 →
$2^{-4}$	$2^{-3}$	$2^{-2}$	$2^{-1}$	$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	
0,0625	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$						
$\frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^1}$						

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1}$$

**Propriété 4** - admise

Si  $x \neq 0$  alors  $x^0 = 1$

**Exemples**

$$4^0 = 1$$

$$(-4)^0 = 1$$

$$\pi^0 = 1$$

$$2,7^0 = 1$$

$$(-4,8)^0 = 1$$

$$-9^0 = -1$$

### Propriété 5

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

L'exposant négatif devient « 1 sur ... »

### Exemples

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} \quad (-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-32} = -\frac{1}{32}$$

### Démonstration

$$n + (-n) = 0$$

$$x^{n+(-n)} = x^0$$

$$x^n \times x^{(-n)} = 1$$

$x^n$  et  $x^{-n}$  sont inverses l'un de l'autre

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

### Propriété 6

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

Lorsqu'on divise des puissances du même nombre, on soustrait les exposants.

### Exemples

$$\frac{5^{12}}{5^8} = 5^{12-8} = 5^4 \quad \frac{5^{15}}{5^{18}} = 5^{15-18} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} \quad \frac{5^7}{5^{-8}} = 5^{7-(-8)} = 5^{15}$$

### Démonstration

$$\frac{x^a}{x^b} = x^a \div x^b = x^a \times \frac{1}{x^b} = x^a \times x^{-b} = x^{a+(-b)} = x^{a-b}$$

### Propriété 7 - admise

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

L'exposant se distribue sur le numérateur et sur le dénominateur

### Exemples

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81} \quad \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = -\frac{5^3}{4^3} = -\frac{125}{64} \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4} = \frac{16}{625}$$

### Application

Parcours bleu

### Propriété - admise

Soit  $n$  un entier positif.

$10^n$  s'écrit avec un "1" suivi de  $n$  "0".

$10^{-n}$  s'écrit "0,0...01" avec  $n$  "0" au total en comptant celui avant la virgule.

### Exemples

$$10^7 = \mathbf{10000000} \quad 10^{-8} = \mathbf{0,00000001}$$

7 zéros                      8 zéros

### Définition

Un nombre est dit **sous la forme scientifique** (ou en **notation scientifique**) s'il s'écrit sous la forme :  $a \times 10^n$



$a$  est un nombre décimal dont la distance à zéro est supérieure ou égale à 1 et strictement inférieure à 10 (il ne peut pas être égal à 10).

$n$  est un entier relatif (positif ou négatif)

### Exemples de nombres n'étant pas en notation scientifique

15	$10^3$	$15 \times 10^4$	$10 \times 10^4$	$0,8 \times 10^4$	$1,5 \times 10^{4,2}$
Il manque $\times 10^{\dots}$	Il manque un nombre devant	Le nombre devant est supérieur à 10.	Le nombre devant est égal à 10.	Le nombre devant n'est pas supérieur ou égal à 1.	L'exposant n'est pas entier

### Exemples de nombres n'étant pas en notation scientifique

$1 \times 10^4$

$1,5 \times 10^{-5}$

$-1,5 \times 10^{42}$

$-9,5 \times 10^{-12}$

$-1,7 \times 10^0$

$1,5 \times 10^0$

### Rappels

Si  $n$  est positif, multiplier par  $10^n$  c'est décaler la virgule de  $n$  rangs vers la droite.

Si  $n$  est négatif, multiplier par  $10^{-n}$  c'est décaler la virgule de  $n$  rangs vers la gauche.

### Exemples de passage de la notation scientifique à la notation décimale.

$4,52 \times 10^4 = 45200$

$-6 \times 10^4 = -60000$

$4,52 \times 10^{-4} = 0,000452$

### Exemples de passage de la notation décimale à la notation scientifique.

$123,45 = 1,2345 \times 10^2$

$10^2 = 100$

$0,012345 = 1,2345 \times 10^{-2}$

$10^{-2} = 0,01$

$123,45 \times 10^5 = 1,2345 \times 10^2 \times 10^5 = 1,2345 \times 10^7$

### Remarque

Pour faire un calcul avec des nombres en notation scientifique (où apparaissent uniquement des quotients ou produits), on commence par regrouper les nombres décimaux et les puissances de 10.

### Exemples

$12 \times 10^4 \times 55 \times 10^8 = 12 \times 55 \times 10^4 \times 10^8 = 660 \times 10^{12} = 6,6 \times 10^2 \times 10^{12} = 6,6 \times 10^{14}$

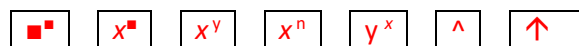
$25 \times 10^{-14} \times (-400) \times 10^8 = 25 \times (-400) \times 10^{-14} \times 10^8 = -10000 \times 10^{-6} = -1 \times 10^4 \times 10^{-6} = -1 \times 10^{-2}$

$0,0055 \times 10^7 \times 2 \times 10^8 = 0,0055 \times 2 \times 10^7 \times 10^8 = 0,011 \times 10^{15} = 1,1 \times 10^{-2} \times 10^{15} = 1,1 \times 10^{13}$

$$\frac{45 \times 10^{23} \times 24 \times 10^{-4}}{18 \times 10^5} = \frac{45 \times 24}{18} \times \frac{10^{23} \times 10^{-4}}{10^5} = \frac{1080}{18} \times \frac{10^{19}}{10^5} = 60 \times 10^{14} = 6 \times 10^1 \times 10^{14} = 6 \times 10^{15}$$

### Utilisation de la calculatrice

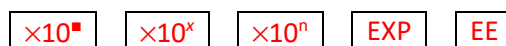
Pour calculer avec des puissances on utilise la touche :



Dans la suite, on nommera  $x^{\square}$  cette touche.

Pour calculer  $5^3 \times 2 - (2 - 5)^4$  on tape  $5 \ x^{\square} \ 3 \times 2 - ( 2 - 5 ) \ x^{\square} \ 4$  et on trouve 169.

Pour calculer avec des puissances on utilise la touche :



Dans la suite, on nommera  $\times 10^{\square}$  cette touche. Elle remplace l'appui sur les touches  $\square 10 \ x^{\square}$

Pour calculer  $12 \times 10^4 \times 55 \times 10^8$  on tape  $12 \ \times 10^{\square} \ 4 \times 55 \ \times 10^{\square} \ 8$  et on trouve  $6,6 \times 10^{14}$ .