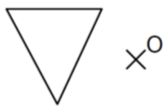
Agrandissement / réduction

Parcours vert

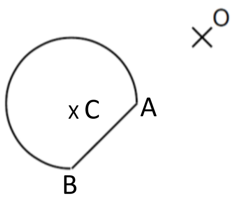
a[2]. Dans chaque cas, construis l'image de la figure proposée par l'homothétie de centre O et de rapport indiqué.

Rapport 2

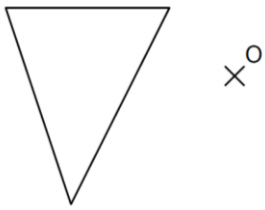


Rapport -2

Rapport 1,5

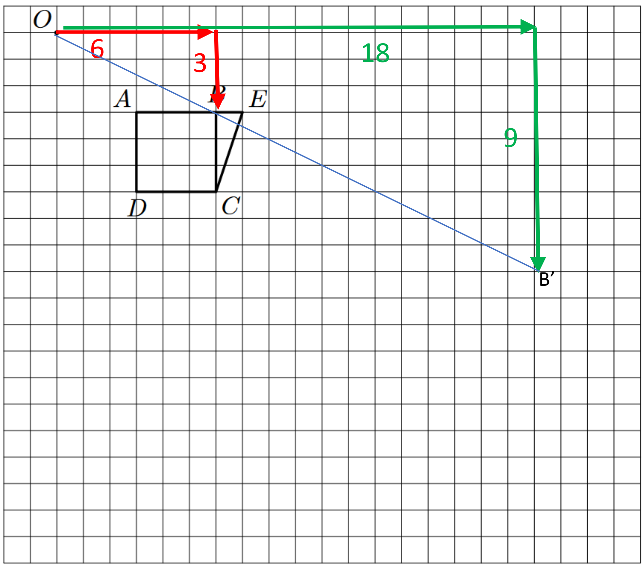


Rapport $-\frac{1}{3}$

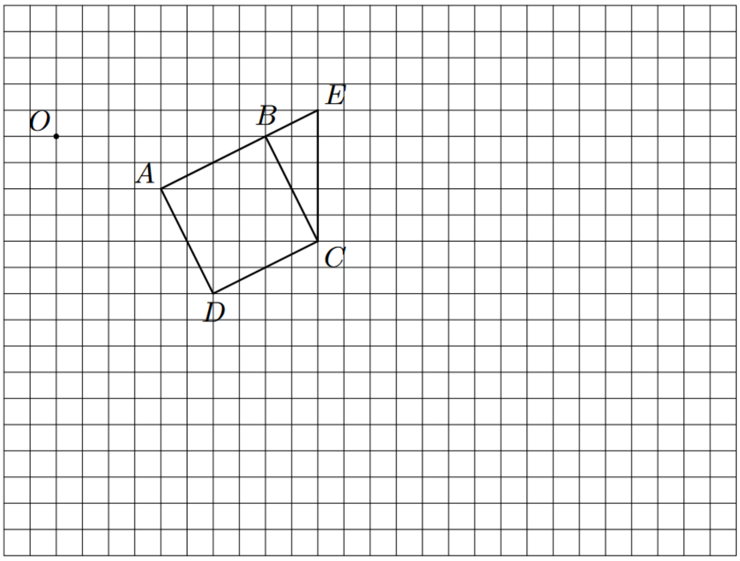


Ci-dessous, on considère le point O et le polygone AECD formé du carré ABCD et du triangle BEC rectangle en B.

b[3]. Trace l'image A'E'C'D' du polygone AECD par l'homothétie de centre O et de rapport 3.



Trace l'image A'E'C'D' du polygone AECD par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.



1 : Sesamath, cycle 4 ; **2** : Cahier Sesamath 3, 2017 ; **3** : https://chingatome.fr/ ; **4** : https://laprovidence-maths-4eme.jimdofree.com/ ; **5** : http://www.maths974.fr/ ; **6** : https://download.tuxfamily.org/ ; **7** : DNB

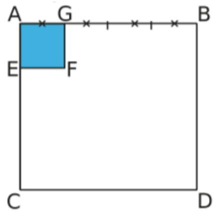
Parcours bleu

a$_1$. Parmi les images ci-dessous, quelles sont celles qui sont des réductions, des agrandissements de l'arbre ci-contre et celles qui ne sont ni l'une ni l'autre ?

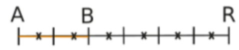
Fig 1 Fig 2 Fig 3 Fig 4 Fig 5

b$_1$. Pour chacune des situations ci-dessous, détermine les rapports des homothéties.

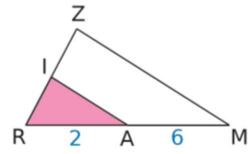
AGFE est l'image de ABDC



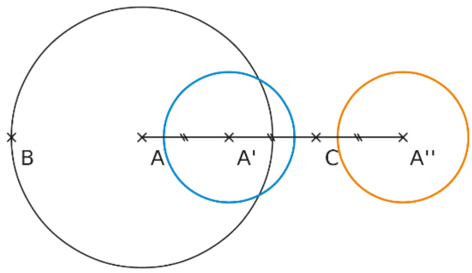
A est l'image de R par l'homothétie de centre B.



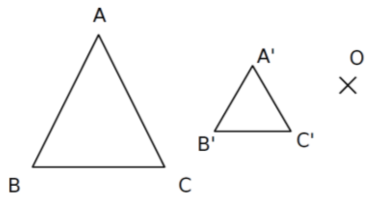
RZM est l'image de RIA

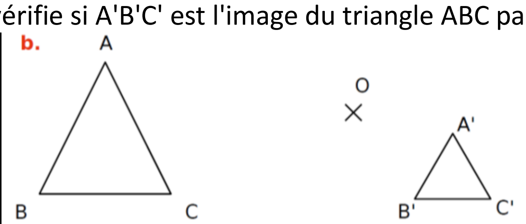


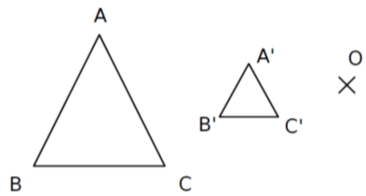
c$_1$. Les cercles de couleurs sont les images du cercle de centre A passant par B par deux homothéties de centre C.
Pour chacune des homothéties, détermine le rapport.
Où se situent les images du point B par ces deux homothéties ?



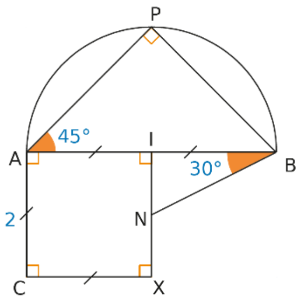
d$_2$. Dans chacun des cas suivants, vérifie si A'B'C' est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O.





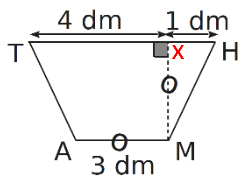


Parcours rouge

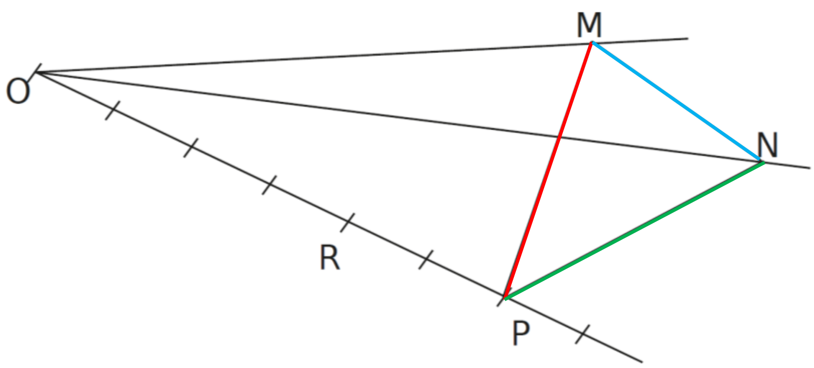


a$_1$. Construis un agrandissement de rapport $\frac{11}{5}$ de la figure ci-dessous. L'unité de longueur est le centimètre.

b$_2$. MATH est un trapèze de bases [TH] et [AM]. Construis-en une réduction de rapport $\frac{1}{10}$.



c$_2$. Construis le triangle RST où S ∈ [OM] et T ∈ [ON) réduction du triangle MNP sans mesurer.



Triangles semblables

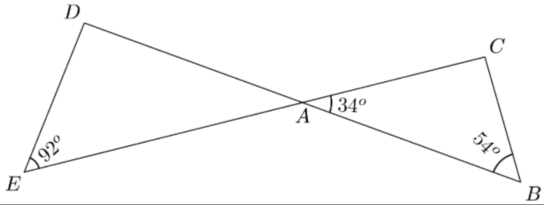
Parcours vert

a$_1$. Est-ce que …

deux triangles équilatéraux sont semblables ?	deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?	deux triangles isocèles sont semblables ?

b$_1$. On considère (d) et (d') deux droites parallèles. Soit A et B deux points de (d), A' un point de (d') et O un point de la droite (AA') distinct de A et A'. La droite (BO) recoupe (d') en B'.
Faire un schéma.
Les triangles OAB et OA'B' sont -ils semblables ?

c$_3$. On considère les deux segments [CE] et [BD] qui s'interceptent en A.
Justifie que les triangles ADE et ABC sont des triangles semblables. →



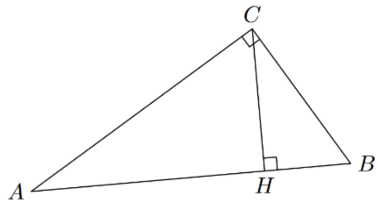
Parcours rouge

a$_1$. Les côtés d'un triangle $\mathcal{T}$ ont pour longueur 6 cm, 8 cm et 9 cm. Un triangle $\mathcal{T}$' est semblable à $\mathcal{T}$ et deux de ses côtés mesure 9 cm et 13,5 cm.
Calcule la longueur du dernier côté de T'.

b$_1$. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I. (AD) et (BC) se coupent en J.
Démontre que les triangles IAB et ICD sont semblables.
Démontre que les triangles JAB et JDC sont semblables.

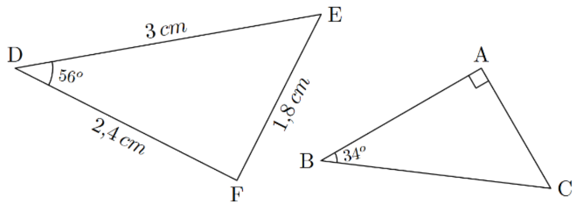
Parcours noir

a$_3$. On considère un triangle ABC rectangle en C. On note H le pied de la hauteur issue du sommet C.
Montre que les triangles ABC et BHC sont deux triangles semblables.



Hors-piste

a$_3$. On considère les deux triangles ABC et DEF.
Montre que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.
On donne BC = 2,1 cm. Calcule AC et AB.

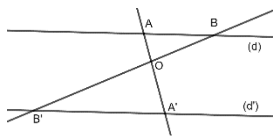


Parcours vert

a. Est-ce que …

Oui car tous les angles sont égaux et valent 60°.	Non	Non

b. Les angles $\widehat{\mathrm{AOB}}$ et $\widehat{\mathrm{AOB}}$ sont opposés par le sommet donc ils sont égaux.
Les droites (D) et (d') sont parallèles donc les angles alternes internes $\widehat{\mathrm{OBA}}$ et $\widehat{\mathrm{OB'A'}}$ sont égaux.
Les droites (D) et (d') sont parallèles donc les angles alternes internes $\widehat{\mathrm{OAB}}$ et $\widehat{\mathrm{OA'B'}}$ sont égaux.
Les triangles ABO et A'B'O ont des angles égaux deux par deux donc ils sont **semblables**.



c. Les angles $\widehat{\mathrm{DAE}}$ et $\widehat{\mathrm{CAB}}$ sont opposés par le sommet donc ils sont égaux : $\widehat{\mathrm{DAE}} = \widehat{\mathrm{CAB}} = 34°$.
Dans le triangle ABC, $\widehat{\mathrm{ACB}} = 180 - \left(\widehat{\mathrm{CAB}} + \widehat{\mathrm{CBA}}\right) = 180 - (34 + 54) = 92°, donc$: $\widehat{\mathrm{AED}} = \widehat{\mathrm{ACB}}$.
Dans le triangle ADE, $\widehat{\mathrm{ADE}} = 180 - \left(\widehat{\mathrm{DEA}} + \widehat{\mathrm{DAE}}\right) = 180 - (92 + 34) = 54°, donc$: $\widehat{\mathrm{ADE}} = \widehat{\mathrm{CBA}}$.
Les triangles AED et ABC ont des angles égaux deux par deux donc ils sont **semblables**.

Parcours rouge

a. Il y a trois possibilités pour la concordance des côtés :

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
Triangle $\mathcal{T}$	6 cm	8 cm	9 cm
Triangle $\mathcal{T}$'	9 cm	13,5 cm	

On a $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ et $\frac{13,5}{8} = \frac{27}{16}$ donc $\frac{9}{6} \neq \frac{13,5}{8}$ donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité donc les côtés ne se correspondent pas comme indiqué ci-dessus.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
Triangle $\mathcal{T}$	6 cm	8 cm	9 cm
Triangle $\mathcal{T}$'	9 cm		13,5 cm

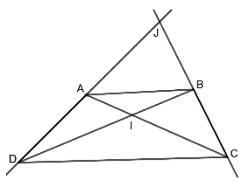
On a $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ et $\frac{13,5}{9} = \frac{3}{2}$ donc $\frac{9}{6} = \frac{13,5}{9}$ donc c'est bien un tableau de proportionnalité et on peut calculer le dernier côté : $\frac{8\times 9}{6} = \mathbf{12\ cm}$.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
Triangle $\mathcal{T}$	6 cm	8 cm	9 cm
Triangle $\mathcal{T}$'		9 cm	13,5 cm

On a $\frac{9}{8}$ qui ne simplifie pas et $\frac{13,5}{9} = \frac{3}{2}$ donc $\frac{9}{8} \neq \frac{13,5}{8}$ donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité donc les côtés ne se correspondent pas comme indiqué ci-dessus.

b. Les angles $\widehat{\mathrm{AIB}}$ et $\widehat{\mathrm{DIC}}$ sont opposés par le sommet donc ils sont égaux.
ABCD est un trapèze donc (AB) // (CD).
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles donc les angles alternes internes $\widehat{\mathrm{IAB}}$ et $\widehat{\mathrm{ICD}}$ sont égaux.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles donc les angles alternes internes $\widehat{\mathrm{IBA}}$ et $\widehat{\mathrm{IDC}}$ sont égaux.
Les triangles ABI et CDI ont des angles égaux deux par deux donc ils sont **semblables**.

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles donc les angles correspondants $\widehat{\mathrm{JAB}}$ et $\widehat{\mathrm{JDC}}$ sont égaux.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles donc les angles correspondants $\widehat{\mathrm{JBA}}$ et $\widehat{\mathrm{JCD}}$ sont égaux.
Les triangles ABJ et CDJ ont des angles égaux deux par deux donc ils sont **semblables**.



Parcours noir

a. … $\widehat{\mathrm{HCB}} = \widehat{\mathrm{BAC}}$ …

Hors-piste

a. … DEF rectangle en F …

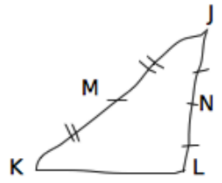
Droite des milieux

Parcours vert

a$_4$. ABCD est un parallélogramme de centre O et M est le milieu de [AB].
Démontre que (OM) est parallèle à (BC).

b$_5$. Construis le triangle TOC tel que TO = 5,8 cm ; TC = 4,3 cm et $\widehat{CTO}$ = 55°. Place les points A et B milieux respectifs des côtés [OT] et [OC].
Calcule la longueur AB en justifiant clairement la démarche utilisée.

c$_5$. Observe le dessin de Paul. Dans le triangle KJL, il veut montrer que les droites (KL) et (MN) sont parallèles.
À l'aide du codage du dessin, rédige une démonstration.

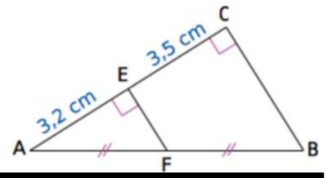


Parcours bleu

a$_4$. Deux cercles de centres respectifs O et O' se coupent en deux points A et B.
On trace le diamètre [AC] dans l'un et le diamètre [AD] dans l'autre.
Prouve que (OO')//(CD).

Parcours rouge

a$_6$. Audrey a construit la figure suivante :
Explique pourquoi sa figure est fausse.



Parcours noir

a$_5$. Soit ABCD un carré de côté 8 cm. On appelle I le milieu de [AB] et L le milieu de [DA].
Faire une figure.
Montrer que les droites (IL) et (BD) sont parallèles.
En utilisant les propriétés du carré, en déduire que (IL) est perpendiculaire à (AC).

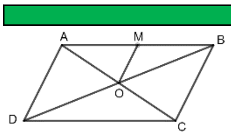
b$_5$. Soit RST un triangle tel que RT = 8 cm, RS = 7 cm et ST = 6cm.
Faire une figure en vraie grandeur.
Construire la médiatrice (d) du segment [ST]. Cette droite coupe le segment [ST] en un point P.
Placer le milieu M du segment [RS].
Montrer que les droites (PM) et (RT)sont parallèles.
Calculer la longueur PM.

Hors-piste

a$_1$. On considère le triangle MNP rectangle en M. On trace la hauteur de ce triangle issue de M. Elle coupe [NP] en H. I et J sont les milieux respectifs de [MN] et [MP].
Montre que les triangles MIH et MJH sont des triangles isocèles respectivement en I et en J.
Montre que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [MH].
En utilisant une symétrie axiale (à préciser), montrer que les droites (HI) et (HJ) sont perpendiculaires.

b. *Théorème de Varignon*
Soit ABCD un quadrilatère quelconque. Soient I, J, K et L les milieux de [AB], [BC], [CD] et [DA].
Prouve que IJKL est un parallélogramme.

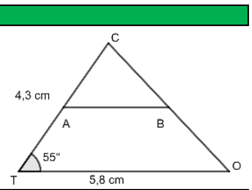
Parcours vert



a. Comme ABCD est un parallélogramme alors ces diagonales se coupent en leur milieu donc O est le milieu de [AC].
Comme M et O sont les milieux de [AB] et [AC], d'après la propriété de la droite des milieux, alors (OM)//(BC).

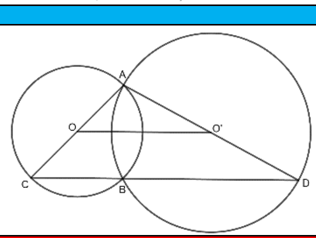
b. Comme A et B sont les milieux de [CT] et [CO], d'après la propriété complémentaire de la droite des milieux, alors AB = CT ÷ 2 = 5,8 ÷ 2 = **2,9 cm**.

c. Comme M et N sont les milieux de [JK] et [JL], d'après la propriété de la droite des milieux, alors (MN)//(KL).



Parcours bleu

a. Comme [AD] est un diamètre du cercle de centre O' alors O' est le milieu de [AD].
Comme [AC] est un diamètre du cercle de centre O alors O est le milieu de [AC].
Comme O et O' sont les milieux de [AC] et [AD], d'après la propriété de la droite des milieux, alors (OO')//(CD).

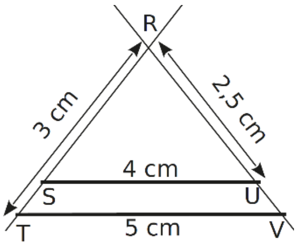


Parcours rouge

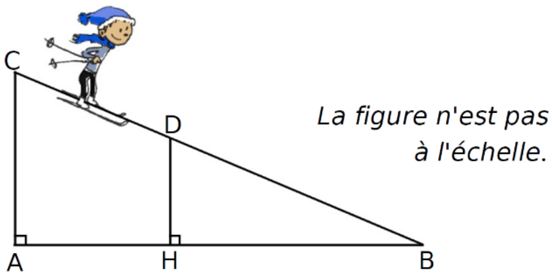
a. Comme (EF)⊥(AC) et (BC)⊥(AC) alors (EF)//(BC).
Comme F est le milieu de [AB] et (EF)//(BC), d'après la propriété réciproque de la droite des milieux, alors E est le milieu de [AC] ; sur la figure, AE ≠ EC donc la figure est fausse.

Théorème de Thalès

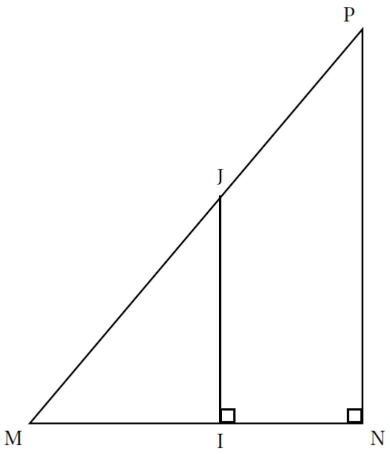
Parcours vert



a$_2$. Sur la figure ci-dessous, les points R, S, T d'une part et les points R, U, V d'autre part sont alignés.
Les droites en gras sont parallèles.
Calcule RS et RV.

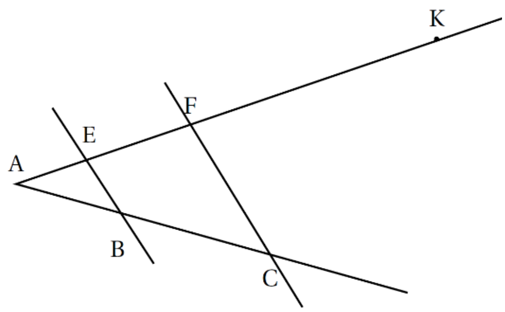


b$_1$. Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m. À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m. Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste. Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.
Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.



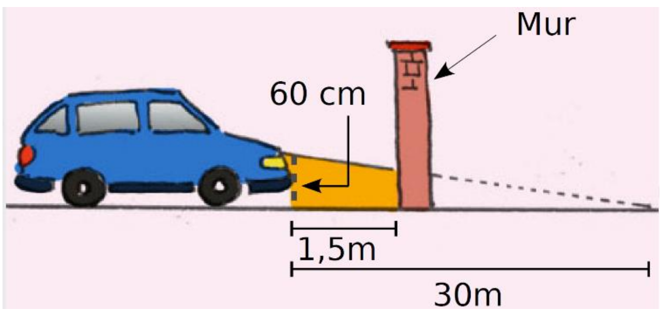
c$_7$. MNP est un triangle rectangle enNtel que MP = 25.
I est le point du segment [MN] tel que : MI = 8 et IN = 7 ;
La perpendiculaire au côté [MN] passant par I coupe le côté [MP] en J.
Justifier que les droites (IJ) et (NP) sont parallèles.
Calculer MJ.

d$_7$. Les droites (BE) et (FC) sont parallèles.
AB = 6 cm, AC = 15 cmet AF = 12 cm.
Calculer la longueur AE.
Sachant que AK = 30 cm, démontrer que les droites (BF) et (CK) sont parallèles.
Sachant que FC = 9 cm, démontrer que le triangle AFC est rectangle en F.

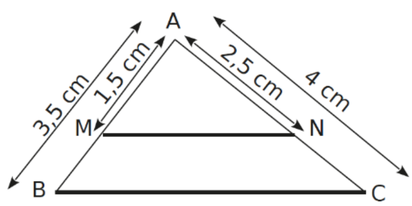


Parcours bleu

a$_1$. D'après le code de la route (Article R313 - 3) : *Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30m.*
Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.
Les feux de croisement sont à 60 cm du sol.
À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

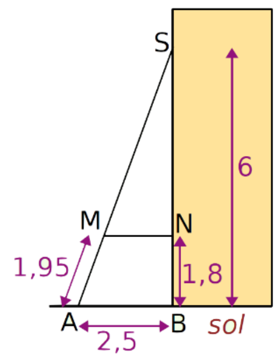


Parcours rouge

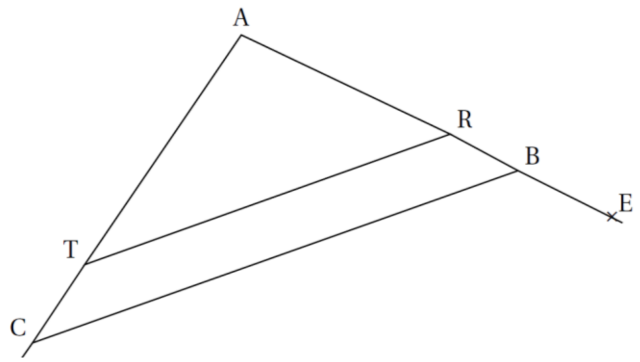


a$_2$. On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.
Montre que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

b$_7$. Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois. (*Sur le schéma ci-contre, les mesures sont en mètres.*)
En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calcule la longueur AS.
Calculer les longueurs SM et SN.
Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.

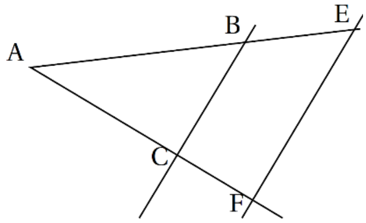


Parcours noir

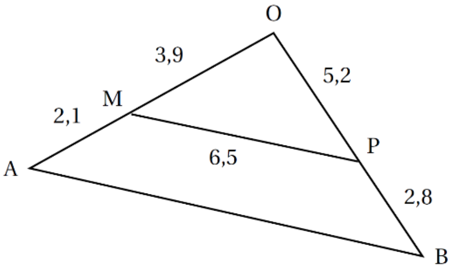


a$_7$. ABC est un triangle tel AB = 6 cm, AC = 7,2 cm et BC = 10 cm.
Les points R et E appartiennent à la droite (AB), le point T appartient à la droite (AC). Les droites (BC) et (RT) sont parallèles.
On donne AR = 4,5 cm et BE = 2 cm.

Calculer AT, TR et AE.
Les droites (BT) et (EC) sont-elles parallèles ?

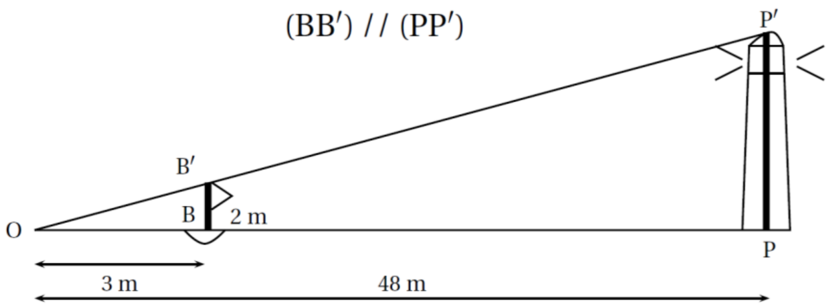


b$_7$. ABC est un triangle tel que : AB = 8 cm, AC = 6,4cm et BC = 4,9 cm.
Le point E appartient à la demi-droite [AB) et AE = 12 cm.
Le point F appartient à la demi-droite [AC) et AF = 9,6 cm.
Le triangle ABC est-il un triangle rectangle ? *Justifier la réponse*.
Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? *Justifier la réponse.*



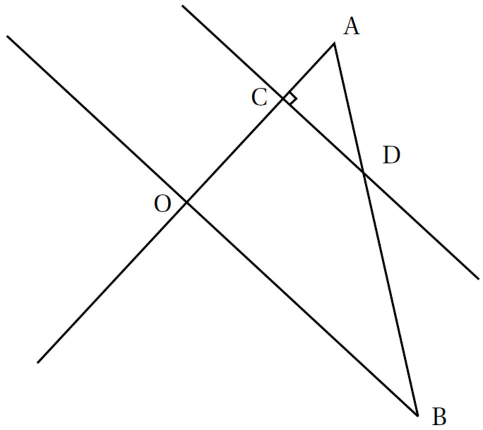
c$_7$. On considère la figure ci-contre (*les unités ne sont pas respectées*).
Montrer que les droites (MP) et (AB) sont parallèles.
Calculer la longueur AB.
Montrer que le triangle OAB est rectangle en O.

d$_7$. Un touriste veut connaître la hauteur du phare de la pointe Vénus situé dans la commune de Mahina. Pour cela, il met à l'eau une bouée B, munie d'un drapeau d'une hauteur BB' de 2m. Puis, il s'en éloigne jusqu'à ce que la hauteur du drapeau semble être la même que celle du phare. Le touriste se trouve alors au point O. La figure ci-contre représente la situation à cet instant.
Calculer la hauteur PP' du phare.



Hors-piste

a$_7$. On considère la figure ci-dessous qui n'est pas dessinée en vraie grandeur.
L'unité de longueur est le centimètre.
Les droites (CD) et (OA) sont perpendiculaires.
On donne : OA = 9, OB = 12, AB = 15, AC = 3.
Démontrer que le triangle AOB est rectangle et en déduire que les droites (CD) et (OB) sont parallèles.
Démontrer en justifiant le raisonnement que CD = 4.
Un élève affirme que l'aire du triangle AOB est égale à trois fois l'aire du triangle ACD. Que pensez-vous de cette affirmation ? *Justifiez votre réponse*.



Parcours vert

a. Comme R, S, T et R, U, V sont alignés et comme (SU)//(TV) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{RU}{RV}=\frac{RS}{RT}=\frac{SU}{TV}$$

$$\frac{2{,}5}{RV}=\frac{RS}{3}=\frac{4}{5}$$

$$RV=\frac{5\times 2{,}5}{4}=\mathbf{3{,}125\ cm} \quad \text{et} \quad RS=\frac{3\times 4}{5}=\mathbf{2{,}4\ cm}$$

b. Comme (AC)⊥(AB) et (DH)⊥(AB) alors (AC)//(DH).
Comme B, D, C et B, H, A sont alignés et comme (AC)//(DH) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BD}{BC}=\frac{BH}{BA}=\frac{DH}{AC}$$

$$\frac{BD}{1200}=\frac{BH}{BA}=\frac{150}{200}$$

$$BD=\frac{1200\times 150}{200}=900\ \text{m}$$

Il lui reste **900 m** à parcourir.

c. Comme (NP)⊥(MN) et (IJ)⊥(MN) alors (NP)//(IJ).
Comme M, J, P et M, I, N sont alignés et comme (AC)//(DH) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{MJ}{MP}=\frac{MI}{MN}=\frac{IJ}{NP}$$

$$\frac{MJ}{25}=\frac{8}{8+7}=\frac{IJ}{NP}$$

$$MJ=\frac{25\times 8}{15}=\frac{\mathbf{40}}{\mathbf{3}}\approx\mathbf{13{,}3}$$

d. Comme A, E, F et A, B, C sont alignés et comme (BE)//(CF) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CF}$$

$$\frac{AE}{12}=\frac{6}{15}=\frac{BE}{CF}$$

$$AE=\frac{6\times 12}{15}=\mathbf{4{,}8\ cm}$$

$\frac{AK}{AF}=\frac{30}{12}=\frac{5}{2}$ | $\frac{AC}{AB}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$

Donc $\frac{AK}{AF}=\frac{AC}{AB}$ et comme A, F, K et A, B, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(BF)//(CK)**.

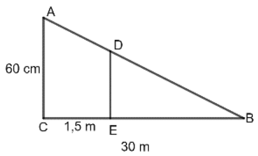
Si AFC était rectangle, l'hypoténuse serait [AC] car c'est le plus grand côté.

AC²	AF² + AC²
= 15²	= 12² + 9²
= 225	= 144 + 81
	= 225

Donc AC² = AF² + AC², d'après la réciproque du théorème de Pythagore, alors **ACF est rectangle en F**.

Parcours bleu

a. On suppose que le mur [DE] et [AC] sont verticaux donc parallèles.
Comme B, D, A et B, E, C sont alignés et comme (AC)//(DE) d'après le théorème de Thalès :



$$\frac{BD}{BA}=\frac{BE}{BC}=\frac{DE}{AC}$$

$$\frac{BD}{BA}=\frac{30-1{,}5}{30}=\frac{DE}{0{,}6}$$

$$DE=\frac{28{,}5\times 0{,}6}{30}=0{,}57\ \text{m}$$

Il faut placer la marque à **57 cm** de haut.

Parcours rouge

a. $\frac{AM}{AB}=\frac{1{,}5}{3{,}5}=\frac{3}{7}$ $\quad\frac{AN}{AC}=\frac{2{,}5}{4}=\frac{5}{8}$

Donc $\frac{AM}{AB}\neq\frac{AN}{AC}$ et comme A, M, B et A, N, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété contraposée de Thalès alors **(MN) et (BC) ne sont pas parallèles**.

b. Dans ABS rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore,
AS² = AB² + BS²
AS² = 2,5² + 6²
AS² = 6,25 + 36
AS² = 42,25
$AS=\sqrt{42{,}25}=\mathbf{6{,}5\ m}$

Comme M ∈ [AS] alors MS = AS – AM = 6,5 – 1,95 = **4,55 m**
Comme N ∈ [BS] alors NS = BS – BM = 6 – 1,8 = **4,2 m**

$\frac{SM}{SA}=\frac{4{,}55}{6{,}5}=0{,}7$ | $\frac{SN}{SB}=\frac{4{,}2}{6}=0{,}7$

Donc $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}$ et comme S, M, A et S, N, B sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors (MN)//(AB).
Donc la traverse est bien **parallèle** au sol.

Parcours noir

a. Comme A, R, B et A, T, C sont alignés et comme (BC)//(RT) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AR}{AB}=\frac{AT}{AC}=\frac{RT}{BC}$$

$$\frac{4{,}5}{6}=\frac{AT}{7{,}2}=\frac{RT}{10}$$

$$AT=\frac{4{,}5\times 7{,}2}{6}=\mathbf{5{,}4\ cm} \quad \text{et} \quad RT=\frac{4{,}5\times 10}{6}=\mathbf{7{,}5\ cm}$$

Comme B ∈ [AE] alors AE = AB + BE = 6 + 2 = **8 cm**

$\frac{AE}{AB}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ | $\frac{AC}{AT}=\frac{6}{5{,}4}=\frac{10}{9}$

Donc $\frac{AE}{AB}\neq\frac{AC}{AT}$ et comme A, B, E et A, T, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété contraposée de Thalès alors **(BT) et (EC) ne sont pas parallèles**.

b. Si ABC était rectangle, l'hypoténuse serait [AB] car c'est le plus grand côté.

AB²	AC² + BC²
= 8²	= 6,4² + 4,9²
= 64	= 40,96 + 24,01
	= 64,97

Donc AB² ≠ AC² + BC², d'après la contraposée de Pythagore, alors **ABC n'est pas rectangle**

$\frac{AE}{AB}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ | $\frac{AF}{AC}=\frac{9{,}6}{6{,}4}=\frac{3}{2}$

Donc $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ et comme A, B, E et A, C, F sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(BC) // (EF)**.

c. $\frac{OM}{OA}=\frac{3{,}9}{3{,}9+2{,}1}=\frac{13}{20}$ $\quad\frac{OP}{OB}=\frac{5{,}2}{5{,}2+2{,}8}=\frac{13}{20}$

Donc $\frac{OM}{OA}=\frac{OP}{OB}$ et comme O, P, B et O, M, AF sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(MP) // (AB)**.

Comme O, P, B et O, M, A sont alignés et comme (MP)//(AB) d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OP}{OB}=\frac{OM}{OA}=\frac{MP}{AB}$$

$$\frac{5{,}2}{5{,}2+2{,}8}=\frac{3{,}9}{3{,}9+2{,}1}=\frac{6{,}5}{AB}$$

$$AB=\frac{6{,}5\times 6}{3{,}9}=\mathbf{10\ cm}$$

Si OAB était rectangle, l'hypoténuse serait [AB] car c'est le plus grand côté.

AB²	OB² + OA²
= 10²	= (5,2+2,8)² + (3,9+6,1)²
= A00	= 64 + 36
	= 100

Donc AB² = OB² + OA², d'après la réciproque du théorème de Pythagore, alors **ACF est rectangle en O**.

d. On suppose que le drapeau et le phase sont verticaux, donc (BB’) // (PP’).
Comme O, B, P et O, B’, P’ sont alignés et comme (BB’)//(PP’) d’après le théorème de Thalès :

$\frac{OB}{OP} = \frac{OB'}{OP'} = \frac{BB'}{PP'}$

$\frac{3}{48} = \frac{OB'}{OP'} = \frac{2'}{PP'}$

$PP' = \frac{48 \times 2}{3} = 32 \text{ m}$

Le phare mesure **32 m** de haut.

Hors-piste

a. Si OAB était rectangle, l’hypoténuse serait [AB] car c’est le plus grand côté.

AB^2	$OB^2 + OA^2$
$= 15^2$	$= 12^2 + 9^2$
$= 225$	$= 144 + 81$
	$= 1225$

Donc $AB^2 = OB^2 + OA^2$, d’après la réciproque du théorème de Pythagore, alors **ACF est rectangle en O** donc (BO)⊥(AA) et comme (CD)⊥(AO) alors **(CD)//(BO)**.

Comme A, C, O et A, D, B sont alignés et comme (CD)//(BO) d’après le théorème de Thalès :

$\frac{AC}{AO} = \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BO}$

$\frac{3}{9} = \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{12}$

$CD = \frac{3 \times 12}{9} = \mathbf{4\ cm}$

$A_{ACD} = \frac{b \times h}{2} = \frac{AC \times CD}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$ $\quad A_{ABO} = \frac{b \times h}{2} = \frac{AO \times BO}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$

$A_{ABO} = 9 \times A_{ACD}$ donc **l’affirmation est fausse**.